При выполнении условия $(=')$ система $(*')$ будет определенной при $r_l = m$ и является неопределенной при $r_l < m$..

Очевидно, если в системах $(*)$ и $(*')$ положить $V = U = T,$ то (соответствующие им) теоремы 1 и 2 обретут хорошо знакомые нам классические формы, т.е. скалярные случаи в $(*)$ и $(*')$ на случаи векторных коэффициентов распространяются беспрепятственно. Однако же между названными случаями возникают и определенние расхождения (например, при вычислении рангов основных матриц из $(*)$ и $(*')$).

Как мы хорошо знаем, в скалярных случаях для матрицы $a = (a_{ij})$ имеет место равенство $r(a) = (a)r.$ Но в векторных же случаях так будет далеко не всегда. Приводим пример, подтверждающий сказанное. Пусть для единичной матрицы e порядка $n \geq 2$ (и с элементами из T) e_i и e^j означают ее $i-$ую строку и $j-$ый столбец) $(1 \leq i, j \leq n).$ Рассмотрим над (левым) пространством $U = T^n$ систему из одного уравнения

$$x_1 e_1 + x_2 e_2 + ... + x_n e_n = b, \qquad (e)$$

где $b-$ некоторая строка из T^n. Для этой системы очевидно неравенство

$$r(e) = n > 1 = (e)r. \quad (n > 1)$$

Транспонируя равенство (e), мы приходим к правой системе (также из одного уравнения)

$$e_1' x_1 + e_2' x_2 + ... + e_n' x_n = b' \quad (e')$$

над столбцовым пространством $(T^n)' = V.$ Поскольку $e' = e,$ неравенство $(n > 1)$ дает нам ранговое соотношение основной матрицы и для системы (e').

Литература:

1. Мальцев А. И. Основы линейной алгебры, [Текст] // “Наука’’, 1970.
2. Куликов Л.Я. Алгебра и теория чисел. [Текст] // Высшая школа’’, 1979.
3. Калужнин Л.А. Введение в общую алгебру [Текст] // “Наука’’, 1973.

УДК 517.956

Артыков Аамат Жакышович, к.ф.-м.н., доцент,
Ошский технологический университет,
Атабаев Султанмахмут Коңурбаевич,ст.преподаватель
Ошский технологический университет
E-mail: aamat62@mail.ru, atabaev.70@Listl.ru

ПЕРИОДИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ПЕРВОГО ПОРЯДКА

В работе исследован что, если функция $f(t, x, u)$ аналитическая функция по аргументам и то, применяя вычетный метод показана что, при α >1 задача (1) либо имеет единственное периодическое решение, либо множество периодических решений с периодом T по t и x разлагающихся по целым и дробным степеням параметра ε .

Ключевые слова: нелинейных дифферециальных уравнений в частных производных первого порядка, аналитическая функция, периодическое решение.

Артыков Аамат Жакышович, ф-м.и.к., доцент,
Ош технологиялык университети,
Атабаев Султанмахмут Коңурбаевич, ага окутуучу,
Ош технологиялык университети

БИРИНЧИ ТАРТИПТЕГИ ЖЕКЕ ТУУНДУЛУ СЫЗЫКТУУ ЭМЕС ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ТЕҢДЕМЕЛЕРДИН СИСТЕМАСЫНЫН МЕЗГИЛДҮҮ ЧЫГАРЫЛЫШТАРЫ

Илимий иште изилденген, эгерде $f(t,x,u)$ функциясы u аргументи боюнча аналитикалык функция болсо , вычет методун колдонуп , $\alpha>1$ болгон учурда берилген (1) маселе t аргументи боюнча T мезгилге ээ болгон жана ε параметри боюнча бүтүн жана бөлчөктүү даражалуу ажыратылган жалгыз мезгилдүү чыгарылышка, же чексиз мегилдүү чыгарылыштарга ээ болот.

Негизги сөздөр: Биринчи тартиптеги жеке туундулуу сызыктуу эмес дифференциалдык теңдемелер, аналитикалык функция, мезгилдүү чыгарылыш.

Artykov Aamat Zhakyshovich candidate of physical and mathematical sciences, associate professor,
Atabaev Zultanmahmut Konyrbaevich, senior lecturer,
Osh technological university

BRANCHING OF PERIODIC SOLUTIONS TO SYSTEMS OF NONLINEAR PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS BRANCHING OF PERIODIC SOLUTIONS TO SYSTEMS OF NONLINEAR PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS

*In this work, it was investigated that if the function $f(t,x,u)$ is analytical in terms of the arguments u, then using the residue method it is shown that, for α >**1**, (1) either has a unique periodic solution, since the set of periodic solutions with period T in t expands in integer and fractional powers of the parameter ε.*

Key words: nonlinear partial differential equations of the first order, analytic function, periodic solution

Рассмотрим систему нелинейных уравнения в частных производных

$$\frac{\partial u}{\partial t}-\frac{\partial u}{\partial x}=\varepsilon\ f(t,x,u)\ ,(1)$$

где ε - малый положительный параметр, $f(t,x,u)\in C^{(\infty)}(0,T,R,R_n)-$вектор –функция, непрерывные по совокупности аргументов, Т-периодические по аргументу t и x.

На ряду с системой (1) здесь рассматривается воспомогательная система

$$\frac{\partial u}{\partial t}-\frac{\partial u}{\partial x}=\varepsilon\ f(t,x,u)\ -\ \frac{\varepsilon}{T}\int_0^t f(s,x+t-s,u(s,x+t-s))ds\,. \qquad (2)$$

Лемма 1. Пусть $\varphi_\varepsilon(x+t)$ - произвольная n-мерная вектор-функция , причем $\varphi_\varepsilon x+t+2\pi)=\varphi_\varepsilon(x,t).$

Тогда всякое периодическое с периодом Т по t и x решение системы интегральных уравнений

$$u(t,x)=\varphi_\varepsilon(x+t)+\varepsilon\int_0^t f(s,x+t-s,u(s,x+t-s))ds-\frac{\varepsilon t}{T}\int_0^t f(s,x+t-s,u(s,x+t-s))ds, \quad (3)$$

является решением системы (2) и наборот.

Доказательство. Подставляя (3) в (2) имеем тождество.

Лемма 2. Пусть

1. $f(t,x,u)\in C^{(\infty)}(0,T,R,R_n)$, $f(t,x,u)\in Lip_u(N,C^{(\infty)})$; (0 <N=const),
2. 2NT<1.Тогда система нелинейных интегро-дифференциальных уравнений (2) имеет единственное периодическое решение $u(t,x)$ с периодом Т по t и x , непрерывно зависящее от произвольного $\varphi_\varepsilon(x+t)$ и параметра ε .

Доказательство. Для того, чтобы периодическое решение системы (2) удовлетворил системы (1) необходимо и достаточно , чтобы выполнялось условие

$$\psi(t,x,\varphi_\varepsilon(x+t),\varepsilon)\equiv\int_0^T f(s,x+t-s,\varphi_\varepsilon(x+t)+\vartheta(s,x+t-s,\varphi_\varepsilon(x+t),\varepsilon))ds=0 \quad (4)$$

где $u(t,x)=\varphi_\varepsilon(x+t)+\vartheta(t,x,\varepsilon)$, $\vartheta(t,x,\varepsilon)-n-$мерная известная вектор-функция зависящая от $\varphi_\varepsilon(x+t)$.

Пусть вектор-функция $f(t,x,u)$ аналитична по u окрестности точки u=0. Тогда разлагая в ряд Тейлора по степеням $\varphi_\varepsilon(x+t)$ в (4), имеем

$$\psi(t,x,\varphi(x+t),\varepsilon)=\psi_0(t,x,\varepsilon)+\psi_1(t,x,\varepsilon)\varphi_\varepsilon(x+t)+\psi_2(t,x,\varepsilon)\varphi_\varepsilon^2(x+t)+\ldots$$
$$+\psi_n(t,x,\varepsilon)\varphi_\varepsilon^n(x+t)+\ldots \quad (5)$$

где $\psi_n(t,x,\varepsilon)\equiv\dfrac{1}{n}\dfrac{\partial^n\psi(t,x,\vartheta(t,x,0,\varepsilon))}{\partial\varphi_\varepsilon^n}$,

$$\psi_0(t,x,\varepsilon)=\int_0^T f(s,x+t-s,\vartheta(s,x+t-s,0,\varepsilon)ds,$$

$$\psi_1(t,x,\varepsilon)=\int_0^T f_u(s,x+t-s,\vartheta(s,x+t-s,0,\varepsilon))(1+\vartheta_{\varphi_\varepsilon}(s,x+t-s,0,\varepsilon))ds,$$

$$\psi_2(t,x,\varepsilon)=\int_0^T(f_{uu}(s,x+t-s,\vartheta(s,x+t-s,0,\varepsilon))(1+\vartheta_{\varphi_\varepsilon}(s,x+t-s,0,\varepsilon))^2+$$
$$+f_u(s,x+t-s,\vartheta(s,x+t-s,0,\varepsilon))\vartheta''(s,x+t-s,0,\varepsilon))ds$$

$\psi_0(t,x,\varepsilon)-N\times1-$вектор, $\psi_1(t,x,\varepsilon)-N\times N$-матрица, $\psi_n(t,x,\varepsilon)-$линейные формы в Евклидовом пространстве E_n, причем $\psi_n(t,x,\varepsilon)-$в свою очеред аналитичны по ε, в частности,

$$\psi_1(t,x,\varepsilon)=K_0(t,x,0)+\varepsilon K_1(t,x,0)+\ldots+\varepsilon^n K_n(t,x,0)+\ldots\equiv K_0(t,x)+\varepsilon K_1(t,x)+\varepsilon^2\bar{\psi}_1(t,x,\varepsilon) \quad (6)$$

С учетом (5) и (6) система (4) приводится к виду

$$(K_0(t,x)+\varepsilon K_1(t,x))\varphi_\varepsilon(x+t)=\psi_0(t,x,\varepsilon)+\varepsilon^2\bar{\psi}_1(t,x,\varepsilon)\varphi_\varepsilon(x+t)+\psi_2(t,x,\varepsilon)\varphi_\varepsilon^2(x+t)+$$
$$\ldots+\psi_n(t,x,\varepsilon)\varphi_\varepsilon^n(x+t)+\ldots$$

(7)

Теперь применяем вычетный метод в [2,3] для системы (7).

В данном работе изложения ведется для случая $\kappa_0 = 1$ в [1,3]. Воздействуя на обе части (7) оператором (матрицей) $\dfrac{H(t,x,\varepsilon)}{\varepsilon}$, получим

$$\Delta_0(t,x,\varepsilon)\varphi_\varepsilon(x+t) = \varepsilon^{-1}H(t,x,\varepsilon)\psi_0(t,x,\varepsilon) + \varepsilon\ H(t,x,\varepsilon)\bar{\psi}_1(t,x,\varepsilon)\varphi_\varepsilon(x+t) + \qquad (8)$$

$$+\varepsilon^{-2}H(t,x,\varepsilon)\varphi_\varepsilon^2\ (x+t) + ...$$

$$(K_0(t,x) + \varepsilon K_1(t,x))^{-1} = \frac{H(t,x,\varepsilon)}{\Delta(t,x,\varepsilon)} = \frac{H(t,x,\varepsilon)}{\varepsilon\Delta_0(t,x,\varepsilon)}, \quad H(t,x,0) \neq 0,$$

$$\Delta(t,x,\varepsilon) = \det(K_0(t,x) + \varepsilon K_1(t,x)) \neq 0, \quad \kappa_0 = 1, \quad \det K_0(t,x) = 0,$$

$$\Delta(t,x,\varepsilon) = \varepsilon^{\kappa_0}\Delta_0(t,x,\varepsilon), \quad \Delta_0(t,x,0) \neq 0.$$

Далее ,пусть

$$\varphi_\varepsilon = \varphi_\varepsilon(t,x,\varepsilon) = \varepsilon^\alpha y(t,x,\varepsilon) = \varepsilon^\alpha y(t,x,0) + o(t,x,\varepsilon^\alpha), \quad \alpha > 0, \qquad (9)$$

произвольно фиксированное малое решение (7).

Подставив (9) в (8) и разделив обе части полученного итождества на ε^α , получим

$$\Delta_0(t,x,\varepsilon)\ y(t,x,\varepsilon) = \varepsilon^{-(\alpha+1)}H(t,x,\varepsilon)\psi_0(t,x,\varepsilon) + \varepsilon H(t,x,\varepsilon)\bar{\psi}_1(t,x,\varepsilon)y(t,x,\varepsilon) + \qquad (10)$$

$$+\varepsilon^{\alpha-1}H(t,x,\varepsilon)\psi_2(t,x,\varepsilon)y^2(t,x,\varepsilon) + ...$$

Выводы о существовании малых решений делаются на основе анализа (10)

Если $\alpha > 1$, то имеем $\Delta_0(t,x,0)y(t,x,0) = \lim\limits_{\varepsilon\to 0}\varepsilon^{-(\alpha+1)}H(t,x,\varepsilon)\psi_0(t,x,\varepsilon), \quad \alpha > 1$, на основе чего убеждаемся , что из в [1] справедлива

Теорема. В случае $\Delta^!(t,x,0) \neq 0$ для существования у уравнения (7) малого решения с некоторым $\alpha > 1$ необходимо и достаточно, чтобы выполнялись условия $b_i = \dfrac{1}{i}\left[H(t,x,\varepsilon)\,\psi_0(t,x,\varepsilon)\right]_{\varepsilon=0}^{(i)} = 0, \quad i = 0,1,2.$ α -определяется из условий

$$b_i = 0, \quad i = \overline{0,\alpha}, \quad b_{\alpha+1} \neq 0.$$

Таким образом,получим следующий результат.

Теорема. Если вектор-функция $f(t,x,u)$ аналитична по u.

Тогда система (1) либо имеет единственное периодическое решение, либо множество периодических решений с периодом T по t и x разлагающимся по целым и дробным степениям параметра ε .

Литература:

1. Боташев А.И. Периодические решения интегро-дифференциальных уравнений Вольтерра [Текст] // Москва:Изд-во МФТИ-1998.90с.
2. Боташев А.И. Метод выделения особенностей в теории возмущений [Текст] / А.Ж. Артыков // Исслед.по интегро-дифференц.уравнениям.-Бишкек.Илим,1994г.-Вып.25.-С.211-221.
3. Артыков А.Ж. Вычетный метод для линейных интегральных уравнений Фрегольма [Текст] // Вест.Кыргызск.гос.нац.ун-та. Сер.естественно-тех.науки. Бишкек. КГНУ-1997г.-Вып.1.-С.214-216.