педагогикалык концепция жана аны техникалык ишке ашыруу программалык продуктуну жана методикалык колдонмону өзгөртпөстөн, ар кандай ыкмаларды колдонуу менен компьютердик моделдөө лабораториялык иштерин жүргүзүүгө мүмкүндүк берди [6-7]:

1) лабораториялык семинардын ишин аткаруунун адаптацияланган салттуу методикасы;

2) Долбоордук методдун элементтери менен компьютердик лабораториялык иштерди фронталдык аткаруу ыкмалары;

3) Студенттердин өз алдынча иштеринин алкагында компьютердик лабораториялык иштерди аткаруунун методикасы.

Адабияттар:

1. Новоселова, М.В. Система индивидуальных заданий как средство активизации самостоятельной работы студентов [Текст] // Современная педагогика. 2016. № 10 (47). С. 93-95.
2. Апсалиева А.Т. Методика активизации позновательной деятельности учащихся в процессе обучение биологии [Текст] // Бишкек. Наука и новые технологии - 2012 - № 9 260 с.
3. Баяндин Д.В. Развитие методики контроля знаний на основе компьютерных моделей [Текст] // XIV Международная конференция «Применение новых технологий в образовании», Троицк, 2003, с.215-217.
4. Кравченко Н.С., Интерактивные возможности компьютерных лабораторных работ по физике [Текст]. / О.Т. Ревинская // Международная научно- техническая конференция «Компьютерные и вычислительные технологии в задачах естествознания и образования» (МК-2-1), Январь 2005 г., Пенза.
5. Кравченко Н.С., Компьютерный лабораторный практикум. Цикл работ по разделу «Колебания» курса общей физики [Текст] / О.Г. Ревинская // VIII конференция стран Содружества «Современный физический практикум». Москва, 22-24 июня 2004 г. с. 104-105.
6. Бабаев Д. Б. Моделирование физических явлений и процессов в VPython [Текст] / Ж. К. Матисаков // Бюллетень науки и практики. 2023. Т. 9. №7. С. 370-374. https://doi.org/10.33619/2414-2948/92/51
7. Бабаев Д. Б. Создание виртуальных лабораторных работ по физике в VPython [Текст] / Ж. К. Матисаков // Бюллетень науки и практики. 2023. Т. 9. №7. С. 375-378. https://doi.org/10.33619/2414-2948/92/52

УДК 517. 928

Аширбаева Айжаркын Жоробековна, д.ф.-м.н., профессор,
Жолдошова Чебире Буркановна, преподаватель,
Ошский технологический университет им. М.М. Адышева, г.Ош., Кыргызская Республика
E-mail:aijarkyn.osh@mail.ru, chebire86@mail.ru

ИССЛЕДОВАНИЕ РЕШЕНИЙ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА НОВЫМ СПОСОБОМ

В данной статье рассматривается интегро-дифференциального уравнения в частных производных четвертого порядка. Для решения поставленной задачи применяется новый способ, с помощью которого мы приведем интегро-

дифференциального уравнения в частных производных четвертого порядка к виду, удобному для использования метода дополнительного аргумента. Начальная задача для уравнения четвертого порядка сначала приводится к системе уравнений в частных производных второго порядка. А система уравнений в частных производных второго порядка методом дополнительного аргумента сводится к системе интегральных уравнений, для которой применяется принцип сжимающих отражений.

Ключевые слова: Интегро-дифференциальное, частные производные, метод дополнительного аргумента, начальная задача, интегральное уравнение, принцип сжатых отображений, четвертый порядок

Аширбаева Айжаркын Жоробековна, ф.-м.и.д., профессор,
Жолдошова Чебире Буркановна, окутуучу,
М.М. Адышев атын. Ош технологиялык университети,
Ош ш., Кыргыз Республикасы

ТӨРТҮНЧҮ ТАРТИПТЕГИ ЖЕКЕЧЕ ТУУНДУЛУУ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ТЕҢДЕМЕНИН ЧЫГАРЫЛЫШЫН ЖАҢЫ ЫКМА МЕНЕН ИЗИЛДӨӨ

Бул макалада төртүнчү тартиптеги жекече туундулуу интегро-дифференциалдык теңдеме каралган. Маселени чечүү үчүн жаңы ыкма колдонулат, анын жардамы менен төртүнчү тартиптеги жекече туундулуу интегро-дифференциалдык теңдемени кошумча аргумент кийирүү усулу колдонууга ыңгайлуу формага келтиребиз. Төртүнчү тартиптеги теңдеме үчүн баштапкы маселеси адегенде экинчи тартиптеги жекече туундулуу дифференциалдык теңдемелердин системасына келтирилет. Ал эми экинчи тартиптеги жекече туундулуу теңдемелер системасы интегралдык теңдемелер системасына кошумча аргумент кийирүү усулу менен келтирилет, ал система үчүн кысып чагылтуу принциби колдонулат.

Негизги сөздөр: Интегро-дифференциалдык, жекече туундулар, кошумча аргумент кийирүү усулу, баштапкы маселе, интегралдык теңдеме, кысып чагылтуу принциби, төртүнчү тартип.

Ashirbaeva Aizharkyn Zhorobekovna, doctor of physical and mathematical sciences, professor,
Zholdoshova Chebire Burkanovna, lecturer,
Osh Technological University named after M.M. Adyshev, Osh city, Kyrgyz Republic

INVESTIGATION OF SOLUTIONS OF THE INTEGRO-DIFFERENTIAL EQUATION IN FOURTH-ORDER PARTIAL DERIVATIVES IN A NEW WAY

This article discusses the integro-differential equation in partial derivatives of the fourth order. To solve the problem, a new method is used, with the help of which we will bring the integro-differential equation in partial derivatives of the fourth order to a form convenient for using the additional argument method. The initial problem for a fourth-order equation is first reduced to a system of second-order partial differential equations. And the system of equations in partial derivatives of the second order is reduced by the method of an additional

argument to a system of integral equations, for which the principle of compressive reflections is applied.

Key words: Integro-differential, partial derivatives, additional argument method, initial problem, integral equation, contraction mapping principle, fourth order

Введение. В настоящее время этот метод дополнительного аргумента используется для решения дифференциальных уравнений в частных производных различного порядка и систем уравнений в частных производных. Тем самым метод дополнительного аргумента показывает преимущество перед методом характеристики при построении решения уравнений в частных производных высокого порядка В [2,3] рассмотрена начальная задача для дифференциального уравнения второго порядка**.** В [4] рассмотрен новый способ построения решений уравнений в частных производных второго порядка гиперболического типа. Мы используем результаты этой работы.

Постановка задачи. В данной работе используя классы и пространства функций из [1], рассмотрим следующую задачу:

$$u_{tttt}(t,x)-2a^2u_{ttxx}(t,x)+a^4u_{xxxx}(t,x)=bu_{ttt}(t,x)+cu_{ttx}(t,x)+du_{txx}(t,x)+$$

$$+eu_{xxx}(t,x)+\int_0^t K(t,s)u(s,x)ds+f(t,x,u), \qquad (1)$$

с начальными условиями

$$\frac{\partial^k u(0,x)}{\partial t^k}=u_k(x), \quad k=0,1,2,3, \qquad (2)$$

где

$$a,b,c,d,e-const,\ f(t,x,u)\in\overline{C}^{(4)}(G_2(T)\times R^2),\ G_2(T)=[0,T]\times R.$$

$$K(t,s)\in C(G), \quad \int_0^T |K(t,s)|ds\le\gamma=const.$$

Пусть в уравнении (1): $d=a^2b,\ e=a^2c.$ В уравнении (1) введя обозначение $\omega(t,x)=u_{tt}(t,x)-a^2u_{xx}(t,x)-bu_t(t,x)-cu_x(t,x),$ приведем уравнение (1) к системе уравнений вида:

$$\begin{cases}\omega_{tt}(t,x)-a^2\omega_{xx}(t,x)=\int_0^t K(t,s)u(s,x)ds+f(t,x,u),\\ u_{tt}(t,x)-a^2u_{xx}(t,x)=bu_t(t,x)+cu_x(t,x)+\omega(t,x).\end{cases} \qquad (3)$$

Из первого уравнения системы (3) находим функцию *w*, затем подставляя ее во второе уравнение системы, найдем неизвестную функцию u(t,x).

Рассмотрим первое уравнение системы (3):

$$\frac{\partial^2\omega(t.x)}{\partial t^2}=a^2\frac{\partial^2\omega(t,x)}{\partial x^2}+\int_0^t K(t,s)u(s,x)ds+f(t,x,u) \qquad (4)$$

с начальными условиями (2)

Введем обозначения: $p(s,t,x)=x+at-as\,,\,q(s,t,x)=x-at+as$

Запишем ИУ (4) в виде:

$$\left(\frac{\partial\omega}{\partial t}-a\frac{\partial\omega}{\partial x}\right)_t+a\left(\frac{\partial\omega}{\partial t}-a\frac{\partial\omega}{\partial x}\right)_x=\int_0^t K(t,s)u(s,x)ds+f(t,x,u). \qquad (5)$$

С помощью МДА из (5) имеем:

$$\frac{\partial\omega}{\partial t}-a\frac{\partial\omega}{\partial x}=\omega_1(q(0,t,x))+\int_0^t\int_0^\tau K(\tau,s)u(s,q(\tau,t,x))dsd\tau+$$
$$+\int_0^t f(\tau,q(\tau,t,x),u(\tau,q(\tau,t,x))d\tau, \qquad (6)$$

где, $\omega_1(x)=(\omega_t-a\omega_x)|_{t=0}$, которая определяется из начальных условий (2).

Теперь применяем МДА для (6) с (2).Следовательно, получаем:

$$\omega(t,x)=\omega_0(p(0,t,x))+\int_0^t\omega_1(q(0,s,p(s,t,x))ds+$$
$$+\int_0^t\int_0^\nu\int_0^\tau K(\tau,s)u(s,q(\tau,\nu,p(\nu,t,x)))dsd\tau d\nu+\int_0^t\int_0^\nu f(\tau,q(\tau,\nu,p),u(\tau,q(\tau,\nu,p))d\tau d\nu= \qquad (7)$$
$$=F(t,x;u)$$

Теперь решаем второе уравнение системы (3), используя результаты работы [1]. $u_{tt}(t,x)=a^2u_{xx}(t,x)+bu_t(t,x)+cu_x(t,x)+F(t,x;u).$ (8)

Воспользуемся обозначениями: $\vartheta(t,x)=D[-a]u(t,x),$ (9)

$g=c/a,\quad \beta_1=b+g,\quad \beta_2=b-g,$

Лемма 1. Уравнение (8) с НУ (2) эквивалентно СИУ:

$$\vartheta(t,x)=\frac{1}{2}\varphi_1(q(0,t,x))+\frac{1}{2}\beta_1u+\frac{\beta_2}{2}\int_0^t\vartheta(s,q)ds+\int_0^t F(s,q,u(s,q))ds, \qquad (10)$$

$u(t,x)=u_0\big(p(0,t,x)\big)+\int_0^t\vartheta\big(s,p(s,t,x)\big)ds$, (11), где, $\big[2\vartheta(t,x)-\beta_1u(t,x)\big]_{t=0}=\varphi_1(x)$.

Доказательство. Пусть $\vartheta(t,x),\quad u(t,x)$ - решение СИУ (10)-(11).

Находя частные производные до второго порядка из ИУ (10) и частные производные первого порядка из (11), получаем уравнение (8) и обозначение (9). СИУ удовлетворяет НУ (2).

Теперь с помощью МДА из (3), (4) с (2) мы должны получит (10), (11), для этого запишем уравнение (3) в виде, удобного для использования указанного метода:

$$\frac{\partial z}{\partial t}+a\frac{\partial z}{\partial x}=\beta_2\vartheta(t,x)+2F(t,x,u), \qquad (12)$$

где $z(t,x)=2\vartheta(t,x)-\beta_1u(t,x).$ Из (12) с НУ (2) используя МДА, получаем:

$$2\vartheta(t,x)-\beta_1u=\varphi_1(q(0,t,x))+\beta_2\int_0^t\vartheta(s,q)ds+2\int_0^t F(s,q,u(s,q))ds,$$

Следовательно, получаем (10). Из обозначения (9) с помощью МДА следует справедливость (11). Мы доказали Лемму 1.

Далее в (10), подставляя (11), получаем ИУ относительно $\vartheta(t,x)$.

$$\vartheta(t,x)=A(t,x;\vartheta)\equiv\frac{1}{2}\varphi_1(q(0,t,x))+\frac{1}{2}\beta_1\left(u_0\big(p(0,t,x)\big)+\int_0^t\vartheta\big(s,p(s,t,x)\big)ds\right)+$$
$$+\frac{\beta_2}{2}\int_0^t\vartheta(s,q)ds+\int_0^t F\left(s,q,\left(u_0\big(p(0,s,q)\big)+\int_0^s\vartheta\big(\nu,p(\nu,s,q)\big)d\nu\right)\right)ds. \qquad (13)$$

Лемма 2. Существует такое $T^* > 0$, что ИУ (13) имеет единственное решение в $\overline{C}(G_2(T^*))$.

Доказательство. Для уравнение (13) применим принцип сжатых отображений.

Пусть в области $G_2(T)$ при $T < T_*$: $\|\vartheta - \phi\| \le M$,

где $\phi(x) = \frac{1}{2}\varphi_1(q(0,t,x)) + \frac{1}{2}\beta_1 u_0(p(0,t,x)) + \int_0^t F\left(s,q, \left(u_0(p(0,s,q)) + \int_0^s \vartheta(\nu, p(\nu,s,q))d\nu\right)\right)ds +$

$$+\int_0^t \omega_0(p(0,s,q))ds + \int_0^t\int_0^\tau \omega_1(q(0,s,p(s,\tau,q))dsd\tau +$$

$$\int_0^t\int_0^\rho\int_0^\nu\int_0^\tau K(\tau,s)u(s,q(\tau,\nu,p(\nu,\rho,q)))dsd\tau d\nu d\rho.$$

Справедливы оценки:

$$\|A\vartheta - \phi\| \le bKT + (\gamma K + \|f\|)\frac{T^2}{2} = \Omega_0(T), \left\|A_1\vartheta^1 - A_1\vartheta^2\right\| \le \Omega_1(T)\left\|\vartheta^1 - \vartheta^2\right\|,$$

где $\|\vartheta\| \le \|\phi\| + M = K, \quad \Omega_1(T) = bT + (\gamma + \|f\|)\frac{T^2}{2}.$

Пусть $T_0, T_1 -$ положительные корни уравнений соответственно $\Omega_0(T) = M$, $\Omega_1(T) = 1$.Отсюда следует, что оператор A при $T < T^* = \min\{T_0, T_1\}$ осуществляет сжатое отображение. Следовательно, поставленная начальная задача имеет единственное решение. Это решение может быть получено методом последовательных приближений.

Вывод. В работе получены новые результаты, которые подтверждены строгими доказательствами. Разработанную схему применения МДА для интегро-дифференциального уравнения в частных производных четвертого порядка можно использовать при решении интегро-дифференциальных уравнений высокого порядка других классов.

Литература:

1. Аширбаева А.Ж. Решение нелинейных дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений в частных производных высокого порядка методом дополнительного аргумента. – Бишкек: Илим, 2013. – 134 с.
2. Аширбаева А.Ж., Жолдошева Ч.Б. Решение нелинейного интегро-дифференциального уравнения в частных производных второго порядка гиперболического типа // Вестник ОшГУ, Серия естественных и медицинских наук. – 2012. – № 2. – Вып. 1. – С. 144–149.
3. Аширбаева А.Ж., Жолдошева Ч.Б. Исследование решений интегро-дифференциального уравнения в частных производных четвертого порядка // Вестник ОшГУ, Серия естественных и медицинских наук. – 2012. – № 2. – Вып. 1. – С. 150–153
4. Аширбаева А.Ж., Мамазиаева Э.А. Новый способ построения решений уравнений в частных производных четвертого порядка гиперболического типа// Евразийское научное объединение. – 2019. – №2-1(48). – С.6-9.