

9. Atajonova S.B. (2022) Methodology of teaching general educational disciplines with a professional focus in technical universities // Scientific and technical journal machine building STJ AndMI. № 5. Issue 2. pp. 509-515.
  10. Puentedura, R. (2014). SAMR: A Model for Understanding the Integration of Technology. Available at: <http://www.hippasus.com/rrpweblog/>
  11. OECD (2015). Students, Computers and Learning: Making the Connection. OECD Publishing.
  12. Reiser, R. A., & Dempsey, J. V. (2018). Trends and Issues in Instructional Design and Technology. Pearson.
  13. Atajonova S.B. (2021) the role, place and problems of education and science in the training of specialists in technical universities// Journal NX-A Multidisciplinary Peer reviewed Journal.
  14. Atajonova S.B, N Turgunova N.B. (2021) Reforming and modernizing the education system based on innovative ideas and digital technologies//Indonezia
  15. Kasimakhunova A.M., Atajonova S.B. (2022) Research of interdisciplinary relationships of physics and special objects of the specialty "Mechatronics and robotics"// Bulletin of the National University of Uzbekistan (ACTAUUZ), [1/2]. P.83-86.
- 

УДК 621

Эшмурадов Дилшод Эльмурадович, к.т.н, доцент,  
заведующий кафедрой Системы энергообеспечения,  
Ташкентский университет информационных  
технологий,  
Жумамуратов Бехзод Акрамжонович, докторант,  
кафедра Метрология, техническое регулирование,  
стандартизация и сертификация, Ташкентский  
государственный технический университет им.  
И.Каримова

### **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИССЛЕДОВАНИЯ РЕАКЦИИ ЛОПАТКИ АВИАЦИОННОГО ДВИГАТЕЛЯ НА УДАР ПТИЦЫ**

*Рассмотрен метод исследования реакции лопатки авиационного двигателя на удар птицы. Разработана модель контактного взаимодействия мягкого тела с лопаткой авиационного двигателя. Путем сравнения результатов и математического моделирования с результатами эксперимента доказана эффективность и работоспособность предложенной модели и метода исследования птицевстойчивости лопаток авиационных двигателей.*

*Ключевые слова: авиационный двигатель, лопатка, птица, удар, устойчивость.*

Эшмурадов Дилшод Эльмурадович, т.и.к., доцент,  
Энергия менен камсыздоо системасы кафедрасынын  
башчысы, Ташкент маалыматтык технологиялар  
университети,  
Жумамуратов Бехзод Акрамжонович, докторант,  
Метрология, техникалык жөнгө салуу,  
стандартташтыруу жана сертификациялоо кафедрасы,  
И. Каримов атын. Ташкент мамлекеттик техникалык  
университети

## УЧАКТЫН КЫЙМЫЛДАТКЫЧЫНЫН КАНАТТУУ КУШКА ТИЙГИЗГЕН РЕАКЦИЯСЫН ИЗИЛДӨӨНҮН МАТЕМАТИКАЛЫК МОДЕЛИ

*Авиациялык кыймылдаткычтардын канаттарынын канаттууларга тийгизген соккусун изилдөө ыкмасы каралды. Учак кыймылдаткычынын канаттары менен жумшак телолордун ортосунда контакттык өз ара аракеттенүү модели иштелип чыккан. Эксперименттин натыйжалары менен жыйынтыктарды жана математикалык моделдөөнү салыштыруу аркылуу сунушталган моделдин жана учак кыймылдаткычтарынын канаттууларга туруктуулугун изилдөө методунун натыйжалуулугу жана иштеши далилденген.*

*Негизги сөздөр: учак мотору, калак, канаттуу, сокку, туруктуулук.*

Eshmuradov Dilshod Elmuradovich, candidate of technical sciences, associate professor, head of the department of Energy Supply Systems, Tashkent University of Information Technologies,  
Zhumamuratov Behzod Akramjonovich, doctoral student, department of Metrology, Technical Regulation, Standardization and Certification, Tashkent State Technical University named after I. Karimov

### A MATHEMATICAL MODEL FOR STUDYING THE REACTION OF AN AIRCRAFT ENGINE BLADE TO A BIRD STRIKE

*The method of studying the reaction of an aircraft engine blade to a bird strike is considered. A model of the contact interaction of a soft body with the blade of an aircraft engine has been developed. By comparing the results and mathematical modeling with the results of the experiment, the efficiency and operability of the proposed model and method for studying the bird resistance of aircraft engine blades are proved.*

*Key words: aircraft engine, blade, bird, impact, stability.*

Случаи попадания птиц в авиационный двигатель выдвигают ряд вопросов, связанных с надежностью авиационной техники и безопасностью полетов. Годовой ущерб, вызванный столкновениями с птицами, для коммерческих воздушных судов в мире оценивается в 1,3 млрд долларов США. Учитывая то, что в ближайшие годы вероятность решения проблемы исключения случаев попадания птиц в двигатель в процессе эксплуатации очень низкая, одним из эффективных путей уменьшения негативного воздействия птиц и улучшения показателей качества эксплуатации и безопасности полетов является создание двигателей, устойчивых к повреждениям, возникающим в результате этих столкновений. Птицестойкость авиационных двигателей оценивают с помощью методов математического моделирования и экспериментально. Одной из причин высокой стоимости разработки авиационного двигателя является тот факт, что процесс проектирования связан с необходимостью проведения дорогостоящих натурных испытаний. Одним из эффективных способов снижения себестоимости разработки двигателя является сокращение числа натурных испытаний и их частичная замена численным экспериментом. Помимо снижения стоимости, применение вычислительного эксперимента позволяет сократить сроки разработки в 3 раза и повысить качество готовой продукции. Поэтому разработка численных моделей контактного взаимодействия птицы (мягкого тела) с лопаткой авиационного двигателя (препятствием) с целью их внедрения в практику

проектирования птицеустойчивых лопаток является актуальной научно-технической задачей.

Целью работы является разработка математической модели взаимодействия мягкого тела с лопаткой авиационного двигателя и метода исследования ее реакции на удар.

Процесс столкновения мягкого тела с препятствием представляет собой сложный физико - механический процесс, с присущими ему особенностями и определенными методическими трудностями, связанными с его моделированием. Задача столкновения мягкого тела с препятствием является нестационарной, пространственной, контактной задачей механики сплошных сред. На рис. 1 показана структурная схема расчетно-экспериментального метода исследования механических процессов соприкосновения мягкого тела с лопаткой двигателя.

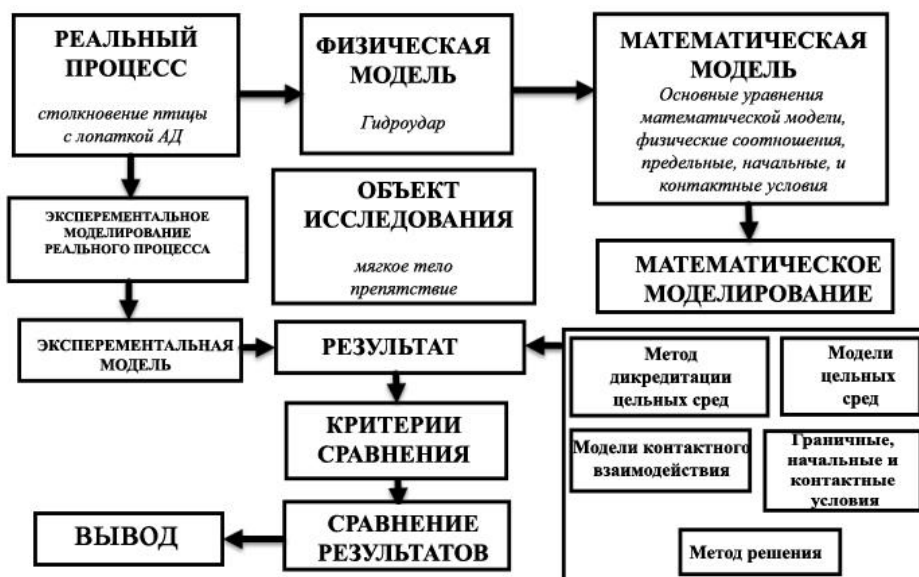


Рис. 1. Расчетно-экспериментальный метод исследования механических процессов соприкосновения мягкого тела с лопаткой двигателя.

Построение численной модели предполагает переход от дифференциальных уравнений (сильная форма) к интегральному уравнению движения (слабая форма) посредством вариационного принципа виртуальных работ. В рамках этого этапа решены следующие задачи: 1) выбран метод дискретизации мягкого тела и лопатки; 2) исследовано влияние шага дискретизации на точность полученного решения; 3) исследовано влияние формы мягкого тела на распределение давления; 4) выбраны модели сплошных сред; 5) выбрана и описана модель контактного взаимодействия; 6) выбран метод решения.

Практическая реализация рассматриваемого метода предполагает последовательный переход от реального явления к идеализированному представлению в виде сплошных сред с целью получения качественного и количественного результата численного моделирования реального явления. Физическая модель описывает явление гидроудара [1], которое сопровождается процессом столкновения. Выделяют четыре стадии гидроудара: 1) активная (начальная), которая связана с распространением ударной волны; 2) этап спада давления, который сопровождается распространением волны разряжения; 3) этап устоявшегося течения и 4) прекращение процесса. Математическая модель, представленная системой дифференциальных уравнений в частных производных, описывает механическое движение и термомеханическое состояние деформируемых тел. В совокупности с геометрическими и физическими

соотношениями, а также предельными, начальными и контактными условиями уравнения математической модели составляют общую исходно-краевую задачу.

С целью верификации численной модели контактного взаимодействия мягкого тела с лопаткой и обоснования достоверности полученных результатов выполнено сравнение результатов численного моделирования с результатами натурального эксперимента. Разработаны критерии сравнения: качественное и количественное сравнение с помощью интегральных показателей и по распределению физических параметров.

*Физическая модель.* Построение физической модели выполнено с учетом следующих предположений:

1) мягкое тело представляет собой цилиндр с отношением длины к диаметру, равному 2;

2) материал мягкого тела считается однородным;

3) прочность мягкого тела мала по сравнению с прочностью лопатки, и ею пренебрегают;

4) учитывая предположение, указанное в п. 3, отскок мягкого тела отсутствует;

5) силами вязкого демпфирования в материале и силами трения на поверхности контакта пренебрегают;

6) течение в материале за фронтом ударной волны одномерное, адиабатическое и необратимое.

На рис. 2 показаны четыре фазы удара. Первая фаза-активная (рис. 2а) - характеризуется резким нарастанием давления вследствие резкого торможения частиц в зоне контакта мягкого тела с препятствием и связана с распространением ударной волны в направлении, противоположном движению. Активная фаза удара описана с использованием двух параметров: давления Гюгоньо и времени нарастания давления. Давление Гюгоньо [1] определяется в соответствии с выражением (1):

$$p_H = p_2 - p_1 = \rho_1 v_s v_0 (1)$$

$p_1$  и  $p_2$  - давление перед и позади фронта ударной волны;  $v$  - скорость распространения ударной волны в среде;  $v_0$  - скорость соударения.

Вторая фаза-распространение волны разрежения (рис. 2 б) - связана с распространением волны разрежения от свободной поверхности мягкого тела к центру вследствие формирования зоны высоких градиентов давления. Это, в свою очередь, является причиной радиального движения свободной поверхности мягкого тела относительно препятствия. При достижении волной разрежения центра мягкого тела (точка в, рис. 2 б) наблюдается спад давления. Закон распределения давления (2) по радиусу цилиндрического объема определяется соотношением [1]:

$$p_r = p_H e^{\frac{-kr}{R(t)}} (2)$$

$k$ -константа;  $r$ -радиус-вектор, определяющий местоположение точки, в которой измеряется давление;  $R(t)$  - максимальный радиус контакта в момент времени  $t$ .

На третьей фазе-устоявшегося течения (рис. 2 в) - наблюдается уменьшение радиальных давлений в мягком теле и возникновение касательных напряжений. Поскольку прочность мягкого тела при действии касательных напряжений низкая, то происходит его растекание по поверхности препятствия. На данном этапе в мягком теле возникают стационарные поля давления и скорости.

Давление торможения [1] в центральной точке "в" оценивают с помощью выражения (3):

$$p_s = \frac{1}{2} \rho_0 v_0^2 (3), \rho_0 - \text{плотность материала мягкого тела при нулевой пористости.}$$

На четвертой фазе по мере приближения верхней свободной поверхности мягкого тела к препятствию скорость ее движения уменьшается, а давление возрастает. Поле давления нестационарное и достигает максимального значения в точке торможения, с последующим уменьшением до атмосферного по мере удаления от центра. По мере того, как свободная поверхность мягкого тела оказывается в данном поле давления, происходит мгновенный спад давления и процесс течения прекращается (рис. 2 г).

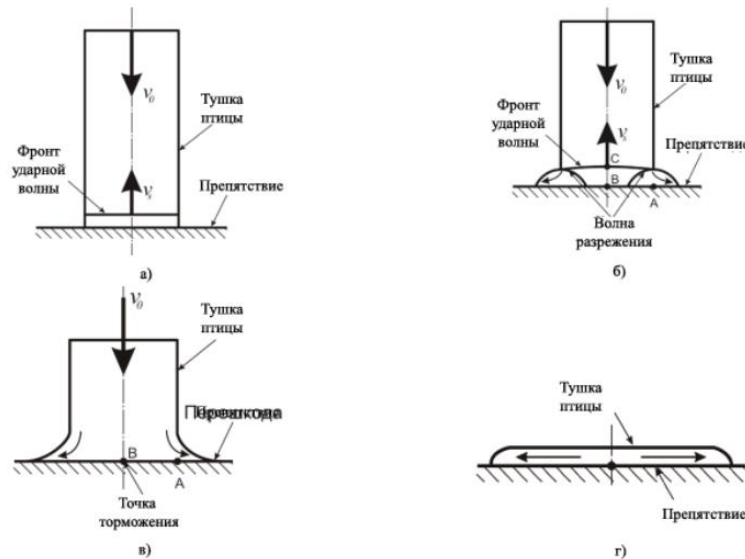


Рис. 2. Фазы удара

Продолжительность процесса удара [1] можно оценить с помощью выражения (4):

$$t_D = L/v_0 \quad (4)$$

$L$  - длина мягкого тела; 3. Математическая модель

Систему уравнений, описывающих движение и термомеханическое состояние деформируемых сплошных сред, записано в актуальной конфигурации, а их дифференцировка и интегрирование выполняется по эйлеровым координатам.

$$\rho V = \rho_0, X \in V_T \cup V_b \quad (5)$$

$\rho$  и  $\rho_0$  - плотность среды в текущий и начальный момент времени соответственно;  $V = J = \det(F)$  - относительный объем;  $V_T$  - часть пространства заданного объема, которую занимает препятствие;  $V_b$  - часть пространства заданного объема, которую занимает мягкое тело.

$$\rho \frac{dv}{dt} = \text{div} \sigma, X \in V_T \cup V_b \quad (6)$$

$$\rho \frac{de}{dt} V s_{ij} \varepsilon_{ij} - (\rho + q) \dot{V}, X \in V_T \cup V_b \quad (7)$$

$v$  - вектор скорости;  $\frac{de}{dt}$  - вектор ускорения;  $\text{div} \sigma = \nabla \cdot \sigma$  - дивергенция тензора напряжений;

$$\nabla = \frac{\partial(\dots)}{\partial x} i + \frac{\partial(\dots)}{\partial y} j + \frac{\partial(\dots)}{\partial z} k - \text{оператор Гамильтона (оператор Набла);}$$

$\sigma$  - тензор напряжений Коши;  $e$  - удельная внутренняя энергия;  $\varepsilon$  - тензор скоростей деформаций;  $p$  - давление;  $q$  - объемная вязкость;  $s_{ij}$  - компоненты девиатора напряжений.

Систему уравнений (5-7) дополнено кинематическим (8) и геометрическими (9), (10) соотношениями.

$$\frac{du}{dt} = v, X \in V_T \cup V_b \quad (8)$$

$u$  - вектор перемещений.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right); (9)$$

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) (10)$$

Особенности поведения деформируемых сред, проявляющиеся в виде сопротивления деформации, описаны физическими соотношениями (11-13).

В случае упруго-пластического поведения материала помехи компоненты тензора напряжений имеют вид:  $p = K \left( \frac{1}{V} - 1 \right); (11)$

$$s_{ij}^{\nabla} + 2G\lambda s_{ij} = 2G(\dot{\varepsilon}_{ij} - \dot{\varepsilon}_k g_{ij}); (12)$$

$K$  - модуль объемного сжатия;  $s_{ij}$  - производная от дивергента напряжений;  $G$  - модуль сдвига;  $\lambda$  - скалярный параметр;  $g_{ij}$  - компоненты метрического тензора.

4. Математическая модель. Для построения численного метода решения системы определяющих уравнений математической модели использован вариационный принцип виртуальных работ.

Для дискретизации мягкого тела использован бессеточный метод сглаженных частиц (в иностранной литературе Smoothed Particle Hydrodynamics), который использует подход Лагранжа для описания движения сплошной среды [2, с. 637-642; 3; 4]. Сплошная среда представлена дискретным набором подвижных частиц, которые допускают произвольную связность друг с другом. Каждая из частиц является точкой интерполяции, в которой заданы свойства среды. Частица определяется пространственными координатами  $x_i(t)$  и массой  $m_j(t)$ . Свойства частицы определены на длине сглаживания ( $h$ ) с помощью функции ядра ( $W$ ). Свойство  $A$  частицы в произвольной точке  $r$  определены путем суммирования соответствующих величин всех частиц, находящихся в пределах двух длин сглаживания:

$$A(r_i) = \sum_{j=1}^N m_j \frac{A_j}{\rho_j} W((r_i - r_j), h);$$

$m_j$  - масса  $j$ -й частицы;  $A_j$  - значение параметра  $A$   $j$ -й частицы;  $\rho_j$  - плотность  $j$ -й частицы;  $r$  - координата;  $h$  - длина сглаживания;  $W$  - весовая функция или ядро;  $N$  - количество соседних к  $j$ -й частицам.

Функция ядра определяется функцией сглаживания в  $\theta(x)$ :

$$W(x, h) = \frac{1}{h(x)^d} \theta(x);$$

$d$  - параметр, определяющий мерность пространства,  $x = r/h$

$$\theta(x) = \frac{1}{\pi h^3} \left\{ \begin{array}{ll} 1 - \frac{3}{2} \left( \frac{r}{h} \right)^2 + \frac{3}{4} \left( \frac{r}{h} \right)^3; & 0 \leq \frac{r}{h} \leq 1 \\ \frac{1}{4} \left( 2 - \frac{r}{h} \right)^3; & 1 \leq \frac{r}{h} \leq 2 \\ 0; & \frac{r}{h} > 2 \end{array} \right\};$$

После дискретизации основные уравнения математической модели принимают вид (13-14):

$$\rho_i = \sum_{j=1}^N m_j W_{ij}; (13)$$

$$\frac{dv_i^\alpha}{dt} = \sum_{j=1}^N m_j \left( \frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^2} + \frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{\rho_j^2} \right) \nabla W_{ij}; (14)$$

Для дискретизации уравнения движения по времени использована модификация метода центральных разностей, который реализован в виде явной схемы 2-го порядка с переменным шагом по времени [2, с. 501]. Для отыскания решения уравнения (21) время протекания процесса разбито на  $n$  временных интервалов или шагов по времени  $\Delta t$ , где  $n = 1 \dots nTs$ . Вектор узловых ускорений (15) на  $n$ -м временном слое определен в результате вращения матрицы масс:

$$\alpha^n = M^{-1}(f_{int}(u^n, t^n) + H^n); (15)$$

Конечно-разностное выражение для определения вектора скорости на полуцелом временном слое имеет вид (16):

$$v^{n+\frac{1}{2}} = v^{n-\frac{1}{2}} + \Delta t^n \alpha^n; (16)$$

Конечно-разностное выражение для определения вектора узловых перемещений на следующем временном слое  $n+1$  имеет вид (17):

$$u^{n+1} = u^n + \Delta t^{n+\frac{1}{2}} v^{n+\frac{1}{2}}; (17)$$

Обновленное положение узлов получаем путем добавления к вектору начального положения значений узловых перемещений, вычисленных на следующем временном слое (18):

$$x^{n+1} = x^0 + u^{n+1}. (18)$$

**Результаты исследования.** Используя рассмотренный в работе метод и построенную математическую модель контактного взаимодействия мягкого тела с лопаткой авиационного двигателя, проведены численные исследования реакции лопатки из титанового сплава на удар мягкого тела разной массы, с разной скоростью и под разными углами. На рис. 3 показан характер деформирования мягкого тела и лопатки в течение первых 250 мкс для случая косоугольного удара мягкого тела массой 82,6 г со скоростью 302,1 м/с под углом 36,4° к консольно закрепленной лопатке из титанового сплава, которая имеет следующие размеры: длина 311,2 мм, ширина 88,9 мм и толщина 4,27 мм. Точка удара мягкого тела по лопатке расположена на расстоянии 70% размаха лопатки.

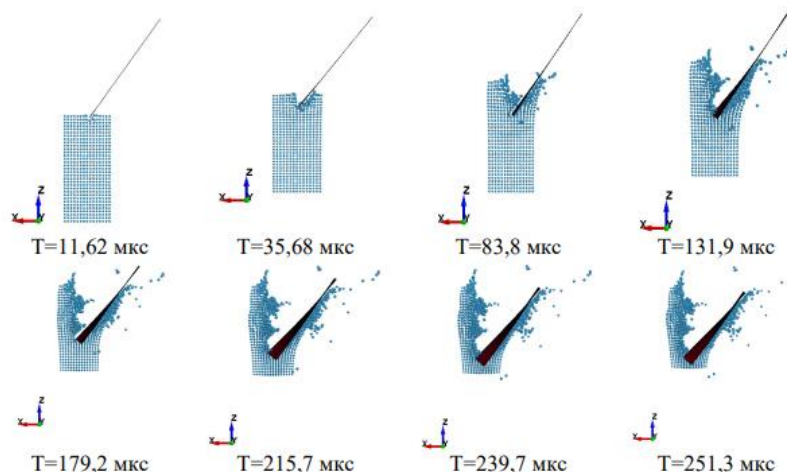


Рис. 3 - Характер деформирования мягкого тела и лопатки при косом ударе

Полученный результат позволяет анализировать траектории движения частиц мягкого тела и оценивать размеры и характер вероятного повреждения лопатки. В случае косоугольного удара мягкого тела по лопатке происходит разделение мягкого тела на две части, одна из которых взаимодействует с поверхностью лопатки, а другая движется в первоначальном направлении.



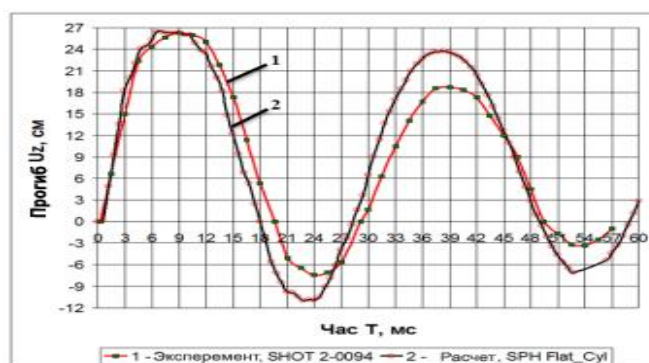


Рис. 4. График изменения динамического прогиба лопатки в конечном сечении при фронтальном ударе.

На рис. 4 показан график изменения динамического прогиба лопатки в конечном сечении в случае фронтального удара мягкого тела массой 100,5 г со скоростью 177,4 м/с по консольно закрепленной лопатке из титанового сплава. На рис. 5 показан результат сравнения изгибающих напряжений в корневом сечении лопатки для случаев фронтального и косого удара. Исследовано влияние скорости и угла столкновения на распределение напряжений в корневом сечении лопатки.

Анализируя распределение нормальных напряжений в корневом пересечении лопатки для обоих случаев удара, следует отметить следующее: С точки зрения вероятности повреждения случай лобного удара более опасен, чем случай косого удара. Несмотря на то, что в случае косого удара скорость мягкого тела выше, чем в случае фронтального удара, уровень напряжений для этого случая ниже соответствующего уровня напряжений в случае фронтального удара. Это свидетельствует о более существенном влиянии угла столкновения на уровень напряжений, чем скорости. Для обоих случаев уровень напряжений превышает предел текучести, о чем свидетельствует развитие пластических деформаций в корневом сечении лопатки.

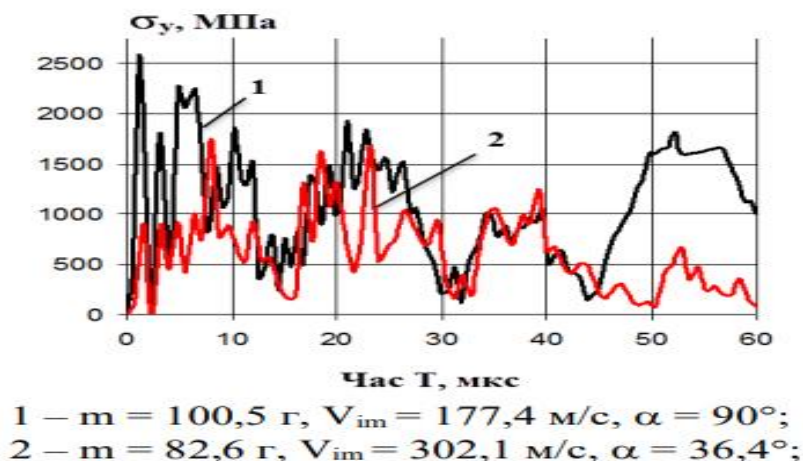


Рис. 5. Влияние параметров ударного процесса на распределение нормальных напряжений в корневом сечении лопатки

#### Выводы.

1. Разработана гибридная модель контактного взаимодействия мягкого тела с лопаткой авиационного двигателя, которая сочетает в себе два метода дискретизации: метод конечных элементов для лопатки и бессеточный метод сглаженных частиц для мягкого тела.
2. Использование бессеточного метода сглаженных частиц для дискретизации мягкого тела позволило устранить проблемы численной неустойчивости и расширило область моделирования и исследования механических процессов, сопровождающих удар.



3. Получено качественное согласование результатов численного моделирования с результатами натурального эксперимента, свидетельствующего о работоспособности предложенной модели и возможности применения в качестве альтернативы натурным испытаниям. Это, в свою очередь, упрощает, ускоряет и снижает материальные затраты на проектирование новых птицеустойчивых лопаток.
4. Применение в численной модели оболочечных элементов первого порядка с одной точкой интегрирования для дискретизации лопатки снижает вычислительные затраты по сравнению с элементами, которые используют полную схему интегрирования, а это, в свою очередь, повышает вычислительную эффективность модели.
5. Модель позволяет анализировать возможные последствия удара мягкого тела по лопатке, оценивать размеры и вид вероятного повреждения, а также получать распределение параметров, характеризующих термомеханическое состояние лопатки по времени, а также по объему.

#### Литература:

1. Impact Behavior of Low Strength Projectiles: Technical report / University of Dayton Research Institute; Wilbeck J. S. - 1978. - 129 p.
2. Hallquist J. O. LS-DYNA. Theory Manual. - Livermore: LSTC, 2006. - 680 p.
3. Monaghan J. J. Smoothed Particle Hydrodynamics [Электронный ресурс]. - URL: <http://www.astro.lu.se/~Дэвид/учитель/SPH/заметки/annurev.aa.30.090192.pdf>.
4. Monaghan J. J. Smoothed Particle Hydrodynamics [Электронный ресурс]. - URL: [http://cg.informatik.unifreiburg.de/intern/seminar/particleFluids\\_Monaghan%20-%20sph%20-%202005.pdf](http://cg.informatik.unifreiburg.de/intern/seminar/particleFluids_Monaghan%20-%20sph%20-%202005.pdf).
5. Эшмурадов Д. Э., Элмурадов Т. Д., Саидрасулова Х. Б. Анализ экономической эффективности, обусловленной внедрением зональной навигации в республике узбекистан //Актуальные аспекты развития воздушного транспорта (Авиатранс-2018). – 2018. – С. 88-92.
6. Эшмурадов Д. Э., Элмурадов Т.Д. Математическое моделирование авиационной среды //Научный вестник Московского государственного технического университета гражданской авиации. – 2020. – Т. 23. – №. 5. – С. 67-75.
7. Ismailov O. Interaction of International Investment and Trade Regimes on Interpreting Treaty Necessity Clauses: Convergence or Divergence //Geo. J. Int'l L. – 2016. – Т. 48. – С. 505.

---

УДК:628.83

Шакиров Бахтияр Махмудович, д.т.н.,  
зав. кафедры сельского хозяйства и агротехнологии,  
Эрматов Кобулжон Муминович, к.т.н., доцент,  
Шакиров Бобур Бахтиярович, ассистент,  
Андижанский машиностроительный институт,  
г.Андижан, Республика Узбекистан  
E-mail: ermatov1960@mail.ru

### ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ЭКСПЛУАТАЦИИ НАСОСНЫХ СТАНЦИЙ

*В статье рассмотрены вопросы повышения эффективности эксплуатации насосных станций за счёт снижения интенсивности износа деталей центробежных и осевых насосов путём конструктивных изменений отдельных узлов, улучшением*