УДК 519.86

Рахматилла кызы Адина - магистрант,
Осмонова Урматхан Женишбековна – магистрант.
Ош мамлекеттик университети
Adina.abdieva@gmail.com

## СЫЗЫКТУУ ЭМЕС ОПТИМИЗАЦИЯНЫ КОЛДОНУУ МЕНЕН ЭКОНОМИКАЛЫК МАСЕЛЕЛЕРДИ МОДЕЛДЕШТИРҮҮ ЖАНА ЧЕЧҮҮ

*Шарттуу жана шартсыз оптимизациянын маселелери каралган. Сызыктуу эмес оптимизация маселелеринин чечимдери тургузулган.*

*Ачкыч сөздөр: Шартсыз оптимизация, шарттуу оптимизация, сызыктуу эмес маселе, Гессенин матрицасы, Сильвестрдин критерийи.*

Рахматилла кызы Адина – магистрант,
Осмонова Урматхан Женишбековна – магистрант,
Ошский государственный университет

## МОДЕЛИРОВАНИЕ И РЕШЕНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ ОПТИМИЗАЦИИ

*Рассмотрены конкретные задачи безусловной и условной оптимизации. Построены решения нелинейной задачи оптимизации.*

*Ключевые слова: Безусловная оптимизация, условная оптимизация, нелинейная задача, матрица Гессе, критерий Сильвестра.*

Rahmatilla kyzy Adina, graduate student,
Osmonova Urmathan Zhenishbekovna,
graduate student, Osh state university

## MODELING AND SOLVING ECONOMIC PROBLEMS USING A NONLINEAR OPTIMIZATION MODEL

*Specific tasks of unconditional and conditional optimization are considered. Solutions to the nonlinear optimization problem are constructed*

*Key words: Unconditional optimization, conventional optimization, non-linear problem, the Hessian matrix, the criterion of Sylvester*

Оптимизация как раздел математики изучает процесс или последовательность операций, позволяющих получить уточненное решение [1-3]. Развивается математический аппарат оптимизации. Проводятся глобальный поиск оптимального решения. Решения прикладных задач нелинейной оптимизации сложны.

В данной работе рассмотрены конкретные задачи нелинейной безусловной и условной оптимизации.

Рассмотрим пример для безусловной задачи нелинейной оптимизации: Условная компания «Береке» производит продукции четырех видов $x_1$, $x_2$, $x_3$, $x_4$. Продукции реализуются по цене $6 - x_1$, $16 - x_2$, $54 - 2x_3 - x_2$, $5 - 2x_4$ соответственно.

Целевая функция данной задачи:

$$F=(6-x_1)x_1+(16-x_2)x_2+(54-2x_3-x_2)x_3+(5-2x_4)x_4=$$

$$=6x_1+16x_2+54x_3+5x_4-x_1^2-x_2^2-2x_3^2-2x_4^2-x_2x_3\rightarrow\max$$

Данная задача является задачей безусловной оптимизации. Найдем стационарные точки (СТ) данной функции:

$$\frac{\partial f}{\partial x_1}=6-2x_1=0$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_2}=16-2x_2-x_3=0$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_3}=54-4x_3-x_2=0$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_4}=5-4x_4=0$$

СТ:

$$\overline{x^o}=(3,\frac{10}{7},\frac{92}{7},\frac{5}{4}).$$

Определим характер СТ. Для этого вычислим матрицу вторых производных (матрица Гессе-МГ) в полученной СТ :

$$H=\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x_i\partial x_j}\right)=\left.\begin{pmatrix}-2 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -2 & -1 & 0\\ 0 & -1 & -4 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -4\end{pmatrix}\right|_{\bar{x}=x^o}$$

Найдем все угловые миноры:

- если они положительны МГ положительно определена.
- если знаки определенных миноров чередуются, то МГ отрицательно определена.

В нашем случае МГ отрицательно определена:

$$M_1=|a_{11}|=|-2|<0\qquad M_2=\begin{vmatrix}-2 & 0\\ 0 & -2\end{vmatrix}=4>0\qquad M_3=\begin{vmatrix}-2 & 0 & 0\\ 0 & -2 & -1\\ 0 & -1 & -4\end{vmatrix}=-14<0,$$

$$M_4=\begin{vmatrix}-2 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -2 & -1 & 0\\ 0 & -1 & -4 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -4\end{vmatrix}=56$$

Следовательно, $\overline{x^o}=(3,\frac{10}{7},\frac{92}{7},\frac{5}{4})$ является точкой локального максимума (ТЛМ).

При этом наибольший доход составит: $F(\overline{x^o})\approx 381{,}5$.

Теперь рассмотрим задачу на условный экстремум. Условное частное предприятия «Сладости» производит продукции двух видов: $x_1$, $x_2$ . Готовые

продукции реализуются по цене $25-5x_1$, $80-2x_2$ соответственно. По заказу условное частное предприятие может выпустить только 40 ед. продукции $x_1$, $x_2$.
Целевая функция данной задачи условной оптимизации имеет вид:

$$F=(25-5x_1)x_1+(80-2x_2)x_2 \to \max$$

с условием

$$x_1+x_2=40$$

Запишем функцию ограничений

$$g(\overline{x})=40-x_1-x_2,$$

$$g(\overline{x})=0$$

$$n=2,\quad m=1$$

Решаем задачу методом множителей Лагранжа. Для этого сначала построим функцию Лагранжа:

$$L(\overline{x},\lambda)=25x_1+80x_2-5x_1^2-2x_2^2+\lambda(40-x_1-x_2)$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial x_1}=\dfrac{\partial f}{\partial x_1}+\lambda\dfrac{\partial g_i}{\partial x_1}=25-10x_1-\lambda=0 \\ \dfrac{\partial L}{\partial x_2}=\dfrac{\partial f}{\partial x_2}+\lambda\dfrac{\partial g_i}{\partial x_2}=80-4x_2-\lambda=0 \\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda}=40-x_1-x_2=0 \end{cases}$$

Вычитая из второго уравнения первое, получим

$$55+10x_1-4x_2=0$$

$$\begin{cases} -10x_1+4x_2=55 \\ x_1+x_2=40 \end{cases}$$

$$\overline{x^o}=\left(\frac{105}{14},\frac{455}{14},-\frac{700}{14}\right) \qquad F(\overline{x^o})=1633.3$$

Вычислим МГ в СТ:

$$H=\begin{pmatrix} 0 & \dfrac{\partial g}{\partial x_1} & \dfrac{\partial g}{\partial x_2} \\ \dfrac{\partial g}{\partial x_1} & \dfrac{\partial^2 L}{\partial x_1^2} & \dfrac{\partial^2 L}{\partial x_1 \partial x_2} \\ \dfrac{\partial g}{\partial x_2} & \dfrac{\partial^2 L}{\partial x_1 \partial x_2} & \dfrac{\partial^2 L}{\partial x_2^2} \end{pmatrix}=\left.\begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -1 & -10 & 0 \\ -1 & 0 & -4 \end{pmatrix}\right|_{\overline{x}=\overline{x}^0}$$

Находим все угловые миноры:

$$M_2=\begin{vmatrix}0 & -1\\ -1 & 10\end{vmatrix}=-14<0 \qquad M_3=\begin{vmatrix}0 & -1 & -1\\ -1 & -10 & 0\\ -1 & 0 & -4\end{vmatrix}=14>0$$

Следовательно, $\overline{x^o}=(\frac{105}{14},\frac{455}{14},-\frac{700}{14})$ - ТЛМ.

**Литература:**


1. **Вентцель, Е.С.** Исследование операций. Задачи, принципы, методология [Текст] - М.: Высш. шк.,2001.
2. **Афанасьев, М.Ю.** Исследование операций в экономике: модели, задачи, решения: [Текст] / Б.П. Суворов // Учеб. Пособие. – М.: ИНФА-М, 2003
3. **Волков, И.К.** и др. Введение в исследование операций [Текст] - М.:Изд-во МГТУ им. Баумана, 2000.