

Алдамжаров Казбек Бахытович, д.т.н., проф.,
Академия Гражданской Авиации РК,
Сартаев Куанышбек Заурбекович, д.т.н., проф.,
Екибастузский инженерно-технический институт
им. К. Сатпаева,
Карипбаев Салиакын Жумадилович, доктор PhD,
Академик МАИН, Академия Гражданской
Авиации Республики Казахстан, г. Алматы

ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ НА УГЛОВУЮ СКОРОСТЬ ПОЛОГО РОТОРА ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ГИРОСКОПА

Рассмотрены погрешности электростатического гироскопа (ЭСГ), вызываемые колебаниями температуры внешней среды, для чего дается решение краевой задачи, описывающей распределение температуры в роторе гироскопа, в предположении, что нестационарное температурное поле внутри ротора является центрально-симметричным. Краевое условие на поверхности ротора подчиняется закону Стефана-Больцмана, так как сброс тепла с поверхности ротора в вакуумированном неконтактном подвесе может происходить только путем лучистого теплообмена. Приведена оценка для постоянной времени теплообмена ротора ЭСГ с окружающей средой. Получено выражение для угловой скорости ротора ЭСГ с переменным моментом инерции. Теоретические расчеты угловой скорости как функции температуры окружающей среды сравнивались с данными эксперимента, которые получены при работе реального ЭСГ. Оказалось, что уравнение угловой скорости полого ротора совпадает по структуре с аналогичной формулой для случая сплошного ротора. В качестве примера рассмотрены изменения температуры окружающей среды по гармоническому закону.

Ключевые слова: электростатический гироскоп, теплообмена ротора, распределение температуры, деформация, уход.

Kazbek Bakhytovich Aldamzharov, D.T.S., prof.,
Academy of Civil Aviation of the RK,
Sartaev Kuanyshebek Zaurbekovich, D.T.S., prof.,
Ekibastuz Engineering and technical Institute named
after K. Satpayev,
Karipbaev Saliakyn Zhumadilovich, Doctor PhD,
Academician of the MAIN, Academy of Civil
Aviation, Republic of Kazakhstan, Almaty city.

IMPACT OF TEMPERATURE DEFORMATION ON ANGULAR VELOCITY OF HOLLOW ROTOR SHAFT OF ELECTROSTATIC GYROSCOPES

An error deviation on electrostatic gyroscopes (ESG) due to ambient temperature fluctuations, which gives a solution of the boundary value problem describing the temperature distribution in the rotor, is studied. It is come up with a solution that time dependent-temperature inside the rotor is centrally symmetric. The boundary layer on the surface of the rotor is subjected to the Stefan-Boltzmann law, as the heat release from the rotor surface to non-contact suspension can occur only by radioactive heat transfer. The time of heat exchange rate of the (ESG) rotor to the environment is estimated. An expression for the angular velocity of ESG with variable inertia. The mathematical representation of ESG's

angular velocity with varying inertia has been obtained. Theoretical calculations of the angular velocity as a function of ambient temperature compared to the experimental data that obtained from actual ESG. It was found that equation for hollow shaft rotor is similar to the case with a solid shaft rotor. As an example harmonic change of the ambient temperature is taken.

Key words: electrostatic gyroscopes, heat exchange rate, temperature distribution, deformation, error deviation of gyroscopes.

Введение. Электростатический гироскоп с шаровым ротором представляет собой трех степенной свободный гироскоп, который благодаря наличию регулятора поддерживающей силы можно также использовать в качестве ньютонметра для измерения ускорений движущихся объектов.

Основным достоинством неконтактного подвеса ротора является практическое полное отсутствие сил трения при его вращении. Это открывает принципиальную возможность повышения точности гироскопических приборов. Существенным преимуществом ЭГС является возможность его использования при неограниченных углах поворота летательного аппарата вокруг центра тяжести, без каких либо дополнительных устройств типа карданова подвеса. В этом случае корпус гироскопа устанавливается на движущемся объекте, совершающем произвольное движение [1].

На стабильность угловой скорости влияет изменение размеров ротора, происходящее при изменении температуры окружающей среды. Возникновение градиентов температуры внутри ротора приведет к неодинаковому расширению материала ротора ЭСГ и будет сопровождаться изменением его напряженно-деформированного состояния, что в свою очередь приведет к изменению внешней поверхности ротора.

Область применения гироскопов с неконтактными подвесами не ограничивается навигацией и управлением движущимися объектами. Такие гироскопы используются и при проведении тонких физических экспериментов. В частности, возможность создания специального гироскопа для измерения эффектов общей теории относительности на борту спутника, «свободного от сноса», обсуждается в статье Р. Кеннона. При этом требуется измерять уход гироскопа, равный 7 угловым секундам в год. Такая исключительная точность требует учета чрезвычайно малых моментов, действующих на гироскоп. В частности, при анализе движения ротора требуется учитывать колебания атомов внутри тела гироскопа, т. е. определять так называемый тепловой барьер точности гироскопов [1]. При неблагоприятных начальных условиях в период раскрутки возникают нутационные колебания ротора, которые и определяют время подготовки прибора к работе. Для уменьшения этого времени применяются специальные системы, создающие магнитные поля для демпфирования нутационных колебаний ротора. Конструкция подобных систем требует оценки нагрева ротора, сброс тепла с которого в вакуумном электростатическом подвесе весьма затруднен. В связи с этим в работе [3] исследуется нагрев вихревыми токами ротора ЭСГ, подвешенного в вакууме. Оценивается Джоулево тепло, выделяемое в роторе при его разгоне. Делаются оценки для стационарной температуры на внутренней поверхности ротора и постоянной времени нагрева ротора.

Применяемые в электрических подвесах схемы измерения зазора между поверхностью ротора и электродами позволяют определить изменение диаметра ротора и соответственно его температуру [4]. Этот способ дает приемлемую точность (на уровне 1^0 К) только при малых зазорах (5...10 мкм). Однако, в вакуумметрах и некоторых типах ЭСГ величина зазора на порядок выше. В этом случае оценка температуры ротора по величине зазора не дает приемлемой точности. С учетом того, что охлаждение ротора из-за уменьшения его диаметра вызывает увеличение его

скорости, в работе [4] рассмотрены два способа определения температуры ротора в неконтактном подвесе. Один метод основан на измерении его частоты вращения, другой на измерении компенсирующего момента в системе стабилизации скорости вращения ротора. Получены зависимости частоты вращения и компенсирующего момента от разности температур поверхности ротора и оболочки кожуха.

В настоящее время ряд важных вопросов, связанных с влиянием температуры окружающей среды на стабильность угловой скорости, а также анализ уводящих моментов, возникающих вследствие упругих деформаций чувствительных элементов навигационных систем, изучен еще недостаточно. Эти вопросы и составляют предмет данного исследования.

Цель исследования: Влияние тепловых деформации ротора электростатического гироскопа (ЭСГ) на стабильности его угловой скорости.

Методы исследования: С учетом того, что охлаждение ротора из-за уменьшения его диаметра вызывает увеличение его скорости, в работе рассмотрены два способа определения температуры ротора в неконтактном подвесе. Один метод основан на измерении его частоты вращения, другой на измерении компенсирующего момента в системе стабилизации скорости вращения ротора.

Основная часть. Пусть ротор представляет из себя полый шар, толщиной $\nabla R = R_2 - R_1$, помещенный в вакуумированную полость радиуса $R_3 > R_2$, концентричную с ротором. Температура в роторе $T^*(r,t)$ удовлетворяет уравнению теплопроводности [5,6]

$$\tau_0 \frac{\partial T^*}{\partial t} = \nabla^2 T^*, \quad (1.1)$$

где $\tau_0 = c\rho R^2/\alpha$, а α, c, ρ – теплопроводность, теплоемкость и плотность материала ротора, R – радиус шара. В силу сферической симметрии задачи оператора Лапласа имеет вид

$$\nabla^2 = \partial^2/\partial r^2 + (2/r)\partial/\partial r, \quad (1.2)$$

где r – безразмерная радиальная переменная, отнесенная к радиусу шара.

Пусть сброс тепла ротора происходит с его поверхности путем лучистого теплообмена по закону Стефана-Больцмана. Тогда краевое условие на поверхности ротора можно записать в виде

$$\frac{\partial T^*}{\partial r} \Big|_{r=1} = \frac{\sigma R}{\alpha} [T_e^{*4} - T^* \Big|_{r=1}] \quad (1.3)$$

r – безразмерная переменная, отнесенная к характерному размеру R .

Так как сброс тепла с поверхности ротора в вакуумированном неконтактном подвесе происходит путем лучистого теплообмена по закону Стефана – Больцмана, то линеаризованные граничные условия будут иметь вид

$$\frac{\partial T^*}{\partial r} \Big|_{r=r_1} = 0; \left[\frac{\partial T^*}{\partial r} + \varepsilon T^* \right]_{r=r_2} = \varepsilon T_0^*, \quad \text{где} \quad (1.4)$$

$$\varepsilon = 4\sigma R T_e^{*3}/\alpha.$$

Здесь ε – малый параметр для реальных роторов, T_e^* – среднее значение температуры среды.

$\sigma = s\sigma_0$ – коэффициент лучеиспускания, s – степень черноты поверхности шара, σ_0 – постоянная Стефана-Больцмана, T_e^* – равновесная температура полости (температура среды) [2]. Оценим числовой порядок величин τ_0 и ε .

Рассмотрим шаровой бериллиевой ротор с внутренним радиусом $R_1 = 2.4 \cdot 10^{-2}$ м и наружным радиусом $R_2 = 2.5 \cdot 10^{-2}$ м. Среднюю температуру окружающей среды возьмем 300^0 К (23^0 С). Тогда для постоянного времени τ_0 нагрева и для малого параметра ε ротора имеем

$$\tau_0 = 15 \text{ с.}, \varepsilon = 2.65 \cdot 10^{-3}; \quad (1.5)$$

При определении τ_0 и ε принят характерный радиус $R=R_2$.

Температуру окружающей среды T_0^* в (1.4) представим в следующем виде

$$T_e^* = T_0 + F(t), \quad F(t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \exp(i\omega_n t).$$

Пусть температура внутри ротора гироскопа в начальный момент времени постоянна и удовлетворяет следующему условию

$$T^*|_{t=0} = T_0 \quad (1.6)$$

Решение уравнения (1.1) с граничным (1.3) и начальным условием (1.6) представим в виде $T^* = T_0 + T$. Функция T удовлетворяет уравнению (1.1), а так же начальному и следующим граничным условиям

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=r_1} = 0; \quad \left[\frac{\partial T}{\partial r} + \varepsilon \right]_{r=r_2} = \varepsilon F(t) \quad (1.7)$$

Функцию T будем искать в форме $T = T^{(z)} + T^{(0)}$. Здесь $T^{(0)}$ - произвольное решение уравнения теплопроводности (1.1), удовлетворяющее граничным условиям (1.7), а $T^{(z)}$ - решение того же уравнения при начальном и следующих граничных условиях

$$\left. \frac{\partial T^{(z)}}{\partial r} \right|_{r=r_1} = 0; \quad \left[\frac{\partial T^{(z)}}{\partial r} + \varepsilon T^{(z)} \right]_{r=r_2} = 0 \quad (1.8)$$

В силу граничных и начального условий (1.6) распределение температуры будет центрально симметричным, т.е. $T = T(r, t)$.

Поэтому частное решение $T^{(z)}$ уравнения (1.1), удовлетворяет граничным условиям (1.7) найдём как периодическую функцию

$$T^{(z)} = \sum_{n=1}^{\infty} [B_n \vartheta(k_n r) + C_n \omega(k_n r)] \exp(i\omega_n t), \quad (1.9)$$

где $k_n^2 = -\tau_0 \omega_n^2$, $\vartheta(z) = \sin(z)/z$,
 $w(z) = \cos(z)/z$.

Подставляя (1.9) в (1.7), получим

$$B_n \vartheta'(k_n r_1) + C_n w'(k_n r_1) = 0$$

$$B_n [k_n r_2 \vartheta'(k_n r_2) + \varepsilon \vartheta(k_n r_2)] + C_n [k_n r_2 w'(k_n r_2) + \varepsilon w(k_n r_2)] = \varepsilon A$$

где $\vartheta'(a) = \frac{d\vartheta}{da}$; $w'(a) = \frac{dw}{da}$;

Из этих уравнений находим постоянные интегрирования B_n и C_n затем подставляя в (1.9), имеем

$$T^{(z)} = \sum_{n=1}^{\infty} B_n W(k_n r) \exp(i\omega_n t), \quad (1.10)$$

$$B_n = A_n \frac{\varepsilon}{k_n r_2 w'(k_n r_2) + \varepsilon W(k_n r_2)}$$

$$\text{здесь } W(k_n) = u(k_n r) - a(k_n r_1)w(k_n r); \quad a(a) = \frac{\vartheta'(a)}{w'(a)}$$

Решение $T^{(0)}$, удовлетворяющие уравнению (1.1) и граничным условиям вида

$$T_e^* = T_0 + F(t), \quad F(t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \exp(i\omega_n t) \quad (1.11)$$

можно предоставить в виде ряда

$$T^{(0)} = \sum_{m=1}^{\infty} E_m W(\bar{\mu}_m r) \exp(-\bar{\mu}_m^2 t / \tau_0) \quad (1.12)$$

$$\text{где } W(\mu_m r) = u(\mu_m r) - a(\mu_m r_1)w(\mu_m r).$$

Для собственных чисел μ_m имеем трансцендентное уравнение $\mu_m r_2 W'(\mu_m r_2) + \varepsilon W(\mu_m r_2) = 0$.

Которое следует из соотношений (1.11). Первый корень трансцендентного уравнения μ_1 является малым в силу малости параметра ε . Для него можно получить простую асимптотическую формулу, если воспользоваться разложением функции $W(\mu_m r_2)$, $W'(\mu_m r_2)$, $a(\mu_m r_1)$ в окрестности точки $\mu = 0$ *ряд Тейлора*, в результате для главного члена асимптотического разложения корня μ_1 в ряд по малому параметру получим

$$\bar{\mu}_1 = (3\varepsilon / (r_2^3 - r_1^3))^{1/2}$$

Остальные корни $\bar{\mu}_m$ определяется асимптотической формулой $\mu_m^- = -\frac{\pi}{2} + m\pi, (m = 2, 3, \dots)$, и для сплошного ротора.

Первым корнем μ_1^- определяется постоянная времени

$$\bar{\tau}_1 = \tau_0 / \bar{\mu}_1^2 \quad (1.13)$$

теплообмена ротора электрического гироскопа с окружающей средой. Остальные корни $\mu_m^- (m=2, 3, \dots)$ дают слагаемые, входящие в решение $T^{(0)} T^{(0)} = \sum_{m=1}^{\infty} E_m \vartheta(\mu_m r) \exp(-\mu_m^2 t / \tau_0)$, которые быстро затухают с течением времени.

Оценим числовой порядок постоянной времени $\bar{\tau}_1$ (1.13) для ротора, физические и геометрические характеристики которого были приведены выше. Если взять степень черноты поверхности ротора $s = 0.1$, то постоянная времени $\bar{\tau}_1$ оказывается равной 3.65 минуты, или 0.061 часа.

Для определения коэффициентов E_m воспользуемся начальным условием (1.11)

$$-\sum_{n=1}^{\infty} B_n W(R_n r) = \sum_{m=1}^{\infty} E_m W(\bar{\mu}_m r) \quad (1.14)$$

Функции $W(\bar{\mu}_m r) (m = 2, 3, \dots)$ образует на отрезке $[r_1, r_2]$ полную и ортогональную систему функций, условие ортогональности для которых может быть представлено формулой

$$\int_{r_1}^{r_2} W(\bar{\mu}_i r) W(\bar{\mu}_j r) r^2 dr = \begin{cases} 0, & i \neq j \\ \frac{[(\bar{\mu}^2 + \varepsilon^2 - \varepsilon) W^2(\bar{\mu}_j r_2)]}{2\bar{\mu}^2}, & i = j \end{cases} \quad (1.15)$$

Воспользовавшись условием (1.15), разложим левую часть уравнение (1.14) в ряд по функциям $W(\bar{\mu}_m r)$. Приравнявая коэффициенты при одинаковых координатных функциях, получим для неизвестных коэффициентов E_m соотношения

$$E_m = \sum_{n=1}^{\infty} B_n E_{mn}, \quad (m = 1, 2, \dots)$$

$$E_{mn} = -\frac{\mu_m}{R_n} \left\{ \frac{r_2 [\vartheta(r_2 \beta_{nm}) - \vartheta(r_2 \psi_{nm})] - r_1 [\vartheta(r_1 \beta_{nm}) - \vartheta(r_1 \psi_{nm})]}{r_2 [1 - \vartheta(2 \mu_m r_2)] - r_1 [1 - \vartheta(2 \bar{\mu}_m r_1)]} \right\} \quad (1.16)$$

Подставляя (1.12) и (1.10) в (1.9), найдем окончательное выражение для функции T , характеризующей распределение температуры в роторе

$$T(r, t) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n [W(R_n r) \exp(t w_n t) + \sum_{m=1}^{\infty} E_{mn} [W(\bar{\mu}_m r) \exp(-t \bar{\mu}_m^2 t)]] \quad (1.17)$$

При выводе выражения (1.17) было учтена формула (1.16)

Найдем теперь деформацию ротора, вызванную наличием температурного поля (1.17)

В сферических координатах решения уравнения равновесия для чисто радиальной деформации, удовлетворяющие граничным условиям $\sigma_{rr} = 0$ при $r = r_1$ и $r = r_2$ известно [7]

$$u_r(r, t) = \frac{\tau R r_2^3}{r_2^3 - r_1^3} \left[\int_{r_1}^{r_2} T(r, t) r^2 dr + \frac{r_1}{r_2^3} \int_{r_1}^{r_2} T(r, t) r^2 dr + \frac{4G}{3\lambda + 2G} \frac{r^3}{r_2^3} \int_{r_1}^{r_2} T(r, t) r^2 dr \right] \quad (1.18)$$

Учитывая (1.16) и полагая $r_2 = 1$, найдем перемещение точек поверхности ротора

$$U(t) = u_1(r, t) \Big|_{r=1} = \frac{R}{1 - r_1^3} \sum_{n=1}^{\infty} B_n \frac{1}{k_n^2} \left[\vartheta(k_n) - \cos(k_n) - r_1 [\vartheta(k_n r_1) - \cos(k_n r_1)] \right] \exp(i \omega_n t) + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{E_{mn}}{\bar{\mu}_m^2} \left[\vartheta(\bar{\mu}_m) - \cos(\bar{\mu}_m) - r_1 [\vartheta(\bar{\mu}_m r_1) - \cos(\bar{\mu}_m r_1)] \right] \exp(-t / \bar{\tau}_1) \quad (1.19)$$

Уравнение (1.18) все еще сложно для исследования, поэтому, как выше при сплошном роторе, рассмотрим практически важный случай, когда

$$|R_n| \ll 1$$

Условие (1.18) позволяет получить простые асимптотические формулы для коэффициентов,

Входящих в (1.17)

$$B_n = A_n \frac{3\varepsilon}{3\varepsilon - R_n^2 (r_2^3 - r_1^3)} \quad (1.20)$$

Воспользовавшись выражением периодической функции

$$T^{(z)} = \sum_{n=1}^{\infty} [B_n \vartheta(k_n r) + C_n w(k_n r)] \exp(i\omega_n t)$$

и постоянной времени $\tau_1^- = \tau_0 / \bar{\mu}_1^2$, имеем

$$B_n = A_n \frac{1 - i\omega_n \tau_1^-}{1 + \omega_n \bar{\tau}_1^2}$$

Основной вклад в функцию $u(t)$ выносит слагаемое с $m=1$, так как остальные слагаемые ($m=2,3,\dots$), как и в случае сплошного ротора, быстро убывают с течением времени и через небольшой промежуток времени оказываются малыми. Поэтому приведем асимптотически упрощенную формулу для (1.18) в случае, когда $m=1$. Принимая во внимания (1.16) и используя малость k_n и $\bar{\mu}_1$, найдем асимптотическое разложение для коэффициента E_{1n} и функций $W(k_n r)$, $W(\bar{u}_1 r)$, входящих в (1.17)

$$E_{1n} = -1, \quad W(k_n r) = W(\bar{u}_1 r) = 1 \quad (1.21)$$

Подставляя (1.20) и (1.21) в (1.17), получим упрощенную формулу для распределения температуры в роторе гироскопа

$$T = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{1 - i\omega_n \tau_1^-}{1 + \omega_n \bar{\tau}_1^2} [\exp(i\omega_n t) - \exp(-t/\tau_1^-)] \quad (1.22)$$

Как видно (1.22), распределение температуры в теле ротора является однородным.

После подстановки (1.20), (1.21) в (1.18) получим формулу для перемещений точек ротора

$$u(t, r) = a_t R r \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{1 - i\omega_n \tau_1^-}{1 + \omega_n \bar{\tau}_1^2} [\exp(i\omega_n t) - \exp(-t/\tau_1^-)] \quad (1.23)$$

Функция $u(t, r)$ дает асимптотическое представление для перемещений точек ротора.

Момент инерции ротора, при изменении температуры будет явной функцией времени

$$J(t) \approx \frac{2}{5} m R^2 \frac{(r_2^5 - r_1^5)}{(r_2^3 - r_1^3)} [1 + 2 u(t)/R]$$

Уравнение угловой скорости полого ротора совпадает по структуре с аналогичной формулой) для случая сплошного ротора, только постоянную времени τ_1 следует заменить на $\bar{\tau}_1$, определяемую соотношением (1.13), а τ_2 на $\bar{\tau}_2 = 2mR^2(r_2^5 - r_1^5)/[5k_0(r_2^3 - r_1^3)]$.

В качестве примера рассмотрим изменение температуры окружающей среды по гармоническому закону

$$T_0^* = T_0 + A \exp(twt), \quad F(t) = A \exp(twt) \quad (1.24)$$

Используя уравнения (1.19), получим формулу для вариации угловой скорости

$$\Delta\Omega = \frac{2a_t}{(1+w^2\bar{\tau}_1^2)(1+w^2\bar{\tau}_2^2)} - \Omega_0 [w^2(\bar{\tau}_2 + \bar{\tau}_1)^2 + (1 - w^2\bar{\tau}_2 + \bar{\tau}_1)]^{-1/2} \sin(wt + \varphi), \quad (1.25),$$

где $\varphi = \arccos\{\omega(\bar{\tau}_2 - \bar{\tau}_1)/[\omega^2(\bar{\tau}_2 + \bar{\tau}_1)^2 + (1 - \omega^2\bar{\tau}_1\bar{\tau}_2)]^{1/2}\}$

При получении выражения (1.25) отброшены слагаемые, которые быстро убывают со временем.

Числовой пример. Для бериллиевого ротора, рассмотренного выше, найдем величину отклонения угловой скорости вращения ротора от номинального значения.

Для $A=50^\circ\text{C}$, $\bar{\tau}_1=0.062$ часа, $\bar{\tau}_2=3.2$ часа, $\Omega_0=3000$ об/с. $m=13.9 \cdot 10^{-3}$ кг имеем в трех случаях:

- 1) При $\frac{\omega 2\pi}{24}$ часа $\Delta\Omega=1.524$ об/с
- 2) При $\frac{\omega 2\pi}{12}$ часа $\Delta\Omega=3.1$ об/с
- 3) При $\frac{\omega 2\pi}{1.5}$ часа $\Delta\Omega=3.4$ об/с

Заключение

Температура среды, окружающей гироскопический прибор, в земных условиях может меняться в пределах $\pm 60^\circ\text{C}$, в космосе диапазон изменения температуры может быть в несколько раз большим. Для прецизионных гироскопов, случайная составляющая дрейфа которых должна быть менее $0,1^\circ/\text{ч}$, требуется стабилизация температуры их отдельных узлов с погрешностью менее $0,5^\circ\text{C}$. Приведенный пример показывает, что изменение температуры среды, окружающей ротор гироскопа, на 15% изменяет величину угловой скорости ротора более чем на 0.1%.

Полученные результаты позволяют сформулировать требования к системе термостатирования гироскопа и размещению тепловыделяющих элементов конструкции прибора.

Литература:

1. **Мартыненко Ю.Г.** Движение твердого тела в электрических и магнитных полях. – [Текст] // М.: Наука, 1988. – 368 с.
2. **Кобрин А.И.** Влияние тепловых колебаний кристаллической решетки на точность гироскопа в неконтактном подвесе. [Текст] // Сб. науч. трудов. № 14.- М.: Моск. энерг. ин-т ГЭ83.-С. 10-15.
3. **Белицкий Д.Б.** О нагреве ротора электростатического гироскопа при разгоне и при демпфировании нутационных колебаний [Текст] / Ю.Г. Мартыненко // Тр. Моск. энерг. ин-т.- 1977. - Вып. 331.- С. 27-33.
4. **Ландау Б.Е.** Зависимость угловой скорости электростатического гироскопа от температуры окружающей среды. [Текст] / Ю.Г.Мартыненко, В.В. Подалков // Карипбаев С.Ж. Известия РАН, Механика твердого тела № 3 Москва 1993 г.
5. **Ландау Б.Е.Ж.** Dependence of Elektrostatic Gyro's Angular Velocity on Ambient Temperature. [Текст] / Ю.Г. Мартыненко, В.В. Подалков, С. Карипбаев // Science & Technology, Central Eurasia: Engeneering& Equipment. US. Washington, 1993
6. **Лурье А.И.** Пространственные задачи теории упругости. [Текст] // - М.: Гостехиздат, 1955. - 491 с.
7. **Байжуманов М.К.** «Разработка бескардановых гироскопов с шаровым ротором на электростатическом и шарикоподшипниковом подвесах» за 2012-2014гг. [Текст] / С.Ж. Карипбаев, К.З. Сартаев // Отчет о научно – исследовательской работе ГРНТИ 30.15.35, № госрегистрации: 0112РК02743, Инв: № 0212РК01519, Инв: № 0213РК01969