УДК 679

Сапарова Гульмира Баатыровна – к. ф.– м. н., доцент,
АблакимовУсон Асанович – ст. преподаватель,
Ошский технологический университет
gulya141005@mail.ru

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАДАЧ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ

С давних пор задачи в математике играют огромную роль в обучении. Решение таких задач выступает и как цель, и как средство обучения. Умение ставить и решать задачи является одним из основных показателей уровня развития учащихся, открывает им пути овладения новыми знаниями: знакомит с новой ситуацией, описанной для решения задачи и т.д. То есть при решении задач ученик приобретает математические знания, повышает свое математическое образование. При овладении методом решения некоторого класса задач у человека формируется умение решать такие задачи, а при достаточной тренировке - и навык, что тоже повышает уровень математического образования.

Ключевые слова: Задача, моделирование, решение, метод, уравнение, система уравнений, неравенства.

Saparova Gulmira Baatyrekovna, Ph.D., assocate professor,
Ablakimov Uson senior lecture,
Osh technological university

MATHEMATICAL MODELING OF TASKS IN THE SECONDARY SCHOOL

For a long time, tasks in mathematics have played a huge role in learning. The solution of such problems acts as both a goal and a learning tool. The ability to set and solve problems is one of the main indicators of the level of development of students, opens up ways for them to master new knowledge: introduces a new situation, described to solve the problem, etc. That is, when solving problems, a student acquires mathematical knowledge, improves his mathematical education. When mastering a method of solving a certain class of problems, a person develops the ability to solve such problems, and with sufficient training, a skill that also raises the level of mathematical education.

Key words: problem, modeling, solution, method, equation, system of equations, inequality.

При решении задач в средней школе, ученик обучается применять математические знания к практическим нуждам, готовится к практической деятельности в будущем, к решению задач, выдвигаемых практикой, повседневной жизнью.Решение задач приучает выделять посылки и заключения, данные и искомые, находить общее и особенное в данных, сопоставлять и противопоставлять факты.

Текстовые задачи используются как очень эффективное средство усвоения учащимися понятий, методов, вообще математических теорий, как наиболее действенное средство развития мышления учащихся, как универсальное средство математического воспитания и незаменимое средство привития учащимся умений и навыков в практических применениях математики. Решение задач хорошо служит достижению всех тех целей, которые ставятся перед обучением математике.

Прежде всего, задача воспитывает своей фабулой, текстовым содержанием.

Воспитывающую роль играет не только фабула задачи, но и весь процесс обучения решению текстовых задач. Правильное решение текстовых задач без каких-либо логических натяжек воспитывает у учеников честность и правдивость. Решение задач требует от учеников настойчивости в преодолении трудностей и мужества. При решении задач формируются умения и навыки умственного труда: усидчивость, внимательность, аккуратность, последовательность умственных действий. Решение задач развивает также чувство ответственного отношения к учению.

Математическое моделирование находит применение при решении многих сюжетных задач. Уже уравнение, составленное по условию задачи, является ее алгебраической моделью. Моделированию, особенно алгебраическому и аналитическому, следует уделить в школе должное внимание, так как математические модели используются для решения (или хотя бы облегчения решения) сюжетных задач. Кроме того, при построении модели используется такие операции мышления, как анализ через синтез, сравнение, классификация, обобщение, которые являются операциями мышления, и способствуют его развитию. Составление математической модели задачи, перевод задачи на язык математики готовит учащихся к моделированию реальных процессов и явлений в их будущей деятельности.

При решении сюжетных задач особенно часто используются их алгебраические и аналитические модели. Такой моделью может быть функция, описывающая явление или процесс, уравнение, система уравнений, неравенство, система неравенств, система уравнений и неравенств и др. При составлении модели задача, таким образом, переводится на язык алгебры или математического анализа.

Рассмотрим пример математической модели.

Турист проехал 2200 км, причем на теплоходе проехал вдвое больше, чем на автомобиле, а на поезде в 4 раза больше, чем на теплоходе. Сколько километров проехал турист отдельно на каждом виде транспорта?

Решение: Примем расстояние, которое проехал турист на автомобиле за х км. Известно, что на теплоходе он проехал вдвое больше, чем на автомобиле, то есть $2x$ км. На поезде проехал в 4 раза больше, чем на теплоходе, то есть 8х км.

Весь путь – это сумма расстояний, которые проехал турист на каждом из видов транспорта и он равен 2200 км. Получим следующее уравнение:

$x + 2x + 8x = 2200$ - это и есть математическая модель данной задачи.

На сегодняшний день наиболее распространенной является трехэтапная схема процесса математического моделирования:

1) перевод предложенной задачи с естественного языка на язык математических терминов, то есть построение математической модели задачи (формализация);
2) решение задачи в рамках математической теории (решение внутри модели);
3) перевод полученного результата (математического решения) на язык, на котором была сформулирована исходная задача (интерпретация полученного решения).

Наиболее ответственным и сложным является первый этап – само построение математической модели. Оно осуществляется логическим путем на основе глубокого анализа изучаемого явления (процесса) и требует умения описать явление (процесс) на языке математики.

В свою очередь, в процессе построения модели можно выделить несколько шагов.

Первый шаг – индуктивный: это отбор наблюдений, относящихся к тому процессу, который предстоит моделировать. Этот этап состоит в формулировке проблемы, то есть в принятии решения относительно того, что следует принимать во внимание, а чем можно пренебречь.

Второй шаг заключается в переходе от определения проблемы к собственно построению неформальной модели. Неформальная модель – это такое описание процесса, которое способно объяснить отобранные нами наблюдения, но при этом определено недостаточно строго, и нельзя с точностью проверить степень логической взаимосвязанности в нем свойств. На этой стадии рассматриваются целый ряд наборов неформальных допущений, способных объяснить одни и те же данные; тем самым рассматриваются несколько потенциальных моделей и решается, какая из этих моделей лучше всего отображает изучаемый процесс. Иначе говоря, ищутся различные способы установления логического соответствия между моделью и реальным миром.

Третий шаг – это перевод неформальной модели в математическую модель. Такой перевод включает в себя рассмотрение словесного описания неформальной модели и поиск подходящей математической структуры, способной отобразить изучаемые процессы. Это самый сложный этап во всем процессе моделирования. Стадия перевода может таить в себе две опасности. Во-первых, неформальные модели имеют тенденцию быть неоднозначными, и обычно существует несколько способов перевода неформальной модели в математическую (при этом альтернативные математические модели могут иметь совершенно различный смысл). На самом деле это одна из главных причин, изначально толкающих к применению математических моделей: язык математики лишен двусмысленностей и более точен, чем естественный язык, он позволяет исследовать скрытый смысл тончайших различий в формулировках, который плохо доступен исследованию посредством естественного языка.

Следующий этап – этап решения задачи в рамках математической теории – можно еще назвать этапом математической обработки формальной модели. Он является решающим в математическом моделировании. Именно здесь применяется весь арсенал математических методов – логических, алгебраических, геометрических и т. д. – для формального вывода нетривиальных следствий из исходных допущений модели. На стадии математической обработки обычно – вне зависимости от сути задачи – имеют дело с чистыми абстракциями и используют одинаковые математические средства. Этот этап представляет собой дедуктивное ядро моделирования.

На последнем этапе моделирования полученные выводы проходят через еще один процесс перевода – на сей раз с языка математики обратно на естественный язык.

Рассмотрим на примере реализацию всех этапов процесса математического моделирования.

Задача. Два автомобиля выехали одновременно из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 540 км. Первый автомобиль ехал со скоростью, на 10 км/ч большей, чем второй, и прибыл в пункт В на 45 мин раньше второго. Найдите скорость каждого автомобиля.

I этап. Формализация.

Построим математическую модель задачи.

Обозначим за x км/ч – скорость второго автомобиля, тогда скорость первого автомобиля равна $(x+10)$ км/ч. $\frac{540}{x+10}$ ч – время, потраченное на весь путь первым автомобилем. $\frac{540}{x}$ ч – время, потраченное на весь путь вторым автомобилем.

Известно, что второй автомобиль потратил на путь на 45 мин больше, чем первый.

$$\frac{540}{x}-\frac{540}{x+10}=\frac{3}{4}$$

Полученное уравнение является математической моделью данной задачи.

II этап. Внутримодельное решение. Перенесем все слагаемые в одну часть.

$$\frac{540}{x}-\frac{540}{x+10}-\frac{3}{4}=0$$

Приведем слагаемые к общему знаменателю

$$\frac{540\cdot 4(x+10)}{4x(x+10)}-\frac{540\cdot 4x}{4x(x+10)}-\frac{3\cdot x(x+10)}{4x(x+10)}=0$$

$$\frac{2160x+21600-2160x-3x^2-30x}{4x(x+10)}=0$$

$$\frac{-3x^2-30x+21600}{4x(x+10)}=0$$

Дробь равна нулю тогда и только тогда, когда числитель равен нулю, а знаменатель не равен нулю. Получим следующую систему:

$$-3x^2-30x+21600=0$$

$$4x(x+10)\neq 0$$

Получили, что

$$x_1=80 \quad x_2=-90$$

$$x\neq 0 \quad x\neq -10$$

III этап. Интерпретация.

Переведем результат с математического языка на язык исходной задачи.

Так скорость автомобиля не может быть отрицательным числом, то условию задачи соответствует только один корень, т.е. скорость второго автомобиля равна 80 км/ч, а скорость первого 90 км/ч.

Учителю следует добиться от учащихся четкого понимания значения и содержания каждого из выше описанных этапов процесса математического моделирования. Это нужно для того, чтобы школьники усвоили, что они решают не просто математическую задачу, а конкретную жизненную ситуацию математическими методами. Тогда учащиеся смогут увидеть в математике практическое значение, и не будут воспринимать ее как абстрактную науку.

Метод математического моделирования является мощным инструментом для исследования различных процессов и систем. Приложения этого метода к решению конкретных задач изложены в ряде известных монографий и учебных пособий. Вместе с тем, многие из них предполагают достаточно высокий уровень математической подготовки учеников, что зачастую вызывает определенные трудности при изучении материала. Понятие математической модели и некоторые общие положения, связанные с ним, должны в той или иной форме иллюстрироваться на протяжении всего курса математики, а разделы школьной программы, посвященные задачам на работу, движение, проценты, прогрессии и, наконец, задачам на применение производных и интегралов, могут рассматриваться как введение в метод математического моделирования.Решая задачи, у учащихся вырабатывается умение применять теорию на практике, сопоставлять известное с неизвестным и отвечать на вопрос задачи. Применять для решения задачи известные им уже факты, с помощью мотивации и пропедевтики со стороны учителя.

Решением задач достигаются следующие цели:

1) Решая задачу, школьник учится понимать зависимость между величинами, устанавливать связь между ними, выбирать соответствующие действия.

2) Использование в условиях задач жизненного материала способствует установлению связи математики с современностью, уточняет знания учащихся о наших достижениях в области строительства, развивает в них гордость за наши успехи, любовь к Родине.

3) Применение того или иного действия при решении задач закрепляет математические навыки.

4) Решение задач из окружающей жизни воспитывает человека, умеющего применять к жизни основы знаний, полученных в школе.

5) Решение задач способствует возбуждению интереса к занятиям по математике.

Проанализировав научную, учебную, методическую литературу по теме «Текстовые задачи в школьном курсе математики» можно сделать вывод, что умение решать текстовые задачи имеет важное место, это показатель обучения и развития учащихся.

Литература:

1. **Алтухов В.Л.** «О перестройке мышления: философско-методологические аспекты» [Текст] / В. Л. Алтухов, В.Ф. Шапошников. – М.: Просвещение, 1988.
2. **Горстко А. Б.** «Познакомьтесь с математическим моделированием» – [Текст] М.: Знание, 1991.
3. **Лавриненко, Т.А**. «Как научить детей решать задачи» -[Текст] Саратов: Лицей, 2000.
4. **Уемов А. И.** «Логические основы метода моделирования» – [Текст] М.: Просвещение, 1996.