

Зиялиев Кадырбек Жанузакович – д.т.н., профессор,  
Чинбаев Омурбек Конопияевич - ст. преподаватель,  
Дюшембаев Жээнбек Жакшылыкович - ст. преподаватель,  
Иссык-Кульский государственный университет им. К. Тыныстанова,  
г. Каракол, Кыргызская Республика  
Email: zheenbek@iksu.kg

## **ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МАШИН С ПЕРЕМЕННЫМИ ПРИВЕДЕННЫМИ МОМЕНТАМИ ИНЕРЦИЙ**

*Предложен метод динамического анализа машин с учетом упругих свойств звеньев. В исследовании использована математическая модель машины, включающая в себя приведенные массы, которые соединяются условным упругим валом жесткости и коэффициентом сопротивления. Для проведения динамического анализа применен метод приближений.*

*Ключевые слова: Динамический анализ, математическая модель, метод приближений, момент инерции.*

Ziialiev Kadyrbek Zhanuzakovich - Doctor of technical science, professor  
Chinbaev Omurbek Konopiiievich - Senior Lecturer,  
Diushembaev Zheenbek Zhakshylykovich - Senior Lecturer,  
Issyk-Kul State University named after K. Tynystanov, Karakol, Kyrgyz Republic,

## **DYNAMIC ANALYSIS OF MACHINES WITH VARIABLE REDUCED MOMENTS OF INERTIA**

*The method of dynamic analysis of machines with the elastic properties of the links is proposed. The research used a mathematical model of the machine, which includes the reduced masses, which are connected by a conditional elastic stiffness shaft and a drag coefficient. For carrying out dynamic analysis, the approximation method is applied.*

*Key words: Dynamic analysis, mathematical model, approximation method, moment of inertia.*

Существуют множество методов динамического исследования машин. Применение различных методов динамического анализа зависит от конструктивных особенностей исполнительного и передаточного механизмов машин, от характера приложенных сил и моментов, и режимов работы машины. В некоторых случаях для упрощения решения задач динамики принимают некоторые допущения. Так, например, в методе Мерцалова не учитывается влияние скорости на действующие силы и моменты. Такой же не учет влияния скорости свойствен и некоторым другим методам динамического синтеза (например, методам Артоболевского, Витенбауэра [1]).

В работе [2] был предложен метод динамического анализа, который был использован для динамического анализа механического генератора ударных импульсов высокой мощности ГУИМ-1. Но при этом имело место допущение, которое заключалось в неучете упругих свойств звеньев.

В данной работе рассмотрим ту же методику, но более развернутой форме с учетом упругости звеньев механизма. Пусть, математическая модель машины включает в себя приведенные массы  $J_1$  и  $J_2$ , которые соединяются условным упругим валом жесткостью  $c$  и коэффициентом сопротивления  $k$  (рис.1). Предположим, что обе приведенные массы переменны и являются функциями углового перемещения

соответственно  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ . К первой массе  $J_1$ , которая включает в себя также приведенную массу асинхронного двигателя, приложены момент  $M_{\text{д}} = M_{\text{д}}(\omega_1)$ , зависящий от скорости (приведенный момент двигателя), момент, зависящий от перемещения  $M_1 = M_1(\varphi_1)$ , момент  $M_{\text{с1}} = c(\varphi_2 - \varphi_1)$  от упругого вала и момент вязкого сопротивления  $M_{\text{к1}} = k(\omega_2 - \omega_1)$ .

Ко второй приведенной массе  $J_2$  приложены момент, зависящий от перемещения  $M_2 = M_2(\varphi_2)$ , момент  $M_{\text{с2}} = c(\varphi_1 - \varphi_2)$  упругого перемещения и момент вязкого сопротивления  $M_{\text{к2}} = k(\omega_1 - \omega_2)$  от передачи.

Для проведения динамического анализа используем уравнение движения в дифференциальной форме:

$$J_{\Sigma}^{np} \frac{d\omega}{dt} + \frac{1}{2} \frac{dJ_{\Sigma}^{np}}{d\varphi} \omega^2 = M_{\Sigma}^{np} \quad (1)$$

*1-е приближение.*

Угловое перемещение приведенной массы  $J_1$  делим на элементарные угловые шаги величиной  $\Delta\varphi_1 = \varphi_{1(i)} - \varphi_{(0)} = \dots = \varphi_{1(n)} - \varphi_{1(n-1)}$ . Приближенно можно принять, что в пределах небольшого интервала  $\Delta\varphi_1$  при увеличении угла  $\varphi_1$  движение звена приведения равноускоренное, суммарный приведенный момент инерции изменяется линейно и суммарный приведенный момент остается неизменным [2]. Также, в первом приближении считаем, что за этот короткий промежуток времени вторая приведенная масса  $J_2$  за счет упругости вала не успеет сдвинуться с места. С учетом отмеченных выше допущений, формулу (1) применительно к первой массе  $J_1$  и к первому угловому шагу можно записать в следующем виде:

$$J_{1(01)} \cdot \varepsilon_{1(01)} + \frac{1}{2} \frac{J_{1(1)} - J_{1(0)}}{\Delta\varphi} \cdot \omega_{1(0)}^2 = M_{\text{д}(0)} + M_{1(01)} + M_{\text{с1}(01)}, \quad (2)$$

где  $J_{1(0)} = J_1(\varphi_{1(0)})$ ;  $J_{1(1)} = J_1(\varphi_{1(1)})$ ;  $\varphi_{1(1)} = \varphi_{1(0)} + \Delta\varphi$ ;  $J_{1(01)} = \frac{J_{1(0)} + J_{1(1)}}{2}$ ;

$M_{1(0)} = M_1(\varphi_{1(0)})$ ;  $M_{1(1)} = M_1(\varphi_{1(1)})$ ;  $M_{1(01)} = \frac{M_{1(0)} + M_{1(1)}}{2}$ ;  $M_{\text{с1}(1)} = -c\Delta\varphi$ ;  $M_{\text{с1}(0)} = 0$ ;

$M_{\text{с1}(01)} = -\frac{c \cdot \Delta\varphi}{2}$ .

Из уравнения (2) видно, что кроме отмеченных выше допущений в первом приближении приняты следующие два допущения:

- 1) Так как неизвестна средняя скорость  $\omega_{1(01)}$  приведенной массы  $J_1$  в первом угловом шагу, вместо нее вставлена угловая скорость массы  $J_1$  в начале углового шага  $\omega_{1(0)}$ .
- 2) По той же причине, которая указана в пункте 1, вместо среднего значения приведенного момента двигателя  $M_{\text{д}(01)} = M_{\text{д}}(\omega_{01})$ , используем значение момента двигателя в начале углового шага  $M_{\text{д}(0)} = M_{\text{д}}(\omega_0)$ .

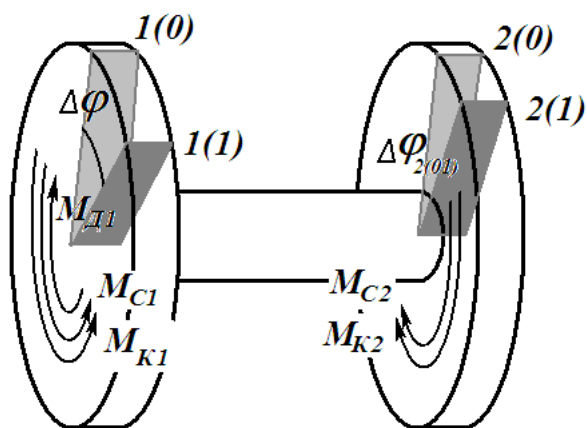


Рис. 1 Двухмассовая динамическая модель машины с переменными моментами инерции

Для выполнения расчета, должны быть заданы начальные условия, т.е.  $\varphi_{1(0)}$ ,  $\omega_{1(0)}$  и  $\Delta\varphi_1$ . Следует заметить, чем меньше принимаем значение  $\Delta\varphi_1$ , тем точнее будут результаты расчета, но потребуется больше памяти компьютера. С учетом указанных выше условий и допущений из уравнения (2) определяем ускорение  $\varepsilon_{1(01)}$  приведенной массы  $J_1$  в первом приближении:

$$\varepsilon_{1(01)} = \frac{M_{D(0)} + M_{1(01)} + M_{C1(01)}}{J_{1(01)}} - \frac{1}{2} \cdot \frac{J_{1(1)} - J_{1(0)}}{\Delta\varphi \cdot J_{1(01)}} \cdot \omega_{1(0)}^2 \quad (3)$$

Выше было отмечено, что внутри углового шага  $\Delta\varphi_1$ , из-за его малости, движение звена приведения считалось равноускоренным. Тогда промежуток времени  $\Delta t_{01}$ , в течение которого приведенная масса  $J_1$  поворачивается на угол  $\Delta\varphi_1$  (от угла  $\varphi_{1(0)}$  до  $\varphi_{1(1)}$ ), определяется по следующей формуле:

$$\Delta t_{01} = \frac{-\omega_{1(0)} + \sqrt{\omega_{1(0)}^2 + 2\varepsilon_{1(01)} \cdot \Delta\varphi}}{\varepsilon_{1(01)}} \quad (4)$$

Далее, по общеизвестной формуле  $\omega_{1(1)} = \omega_{1(0)} + \varepsilon_{1(01)} \cdot \Delta t_{01}$  определим угловую скорость кривошипа в конце углового шага  $\Delta\varphi_1$ , т.е. в положении, соответствующем углу  $\varphi_{1(1)}$ . Среднее значение угловой скорости определяется

$$\omega_{1(01)} = \frac{\omega_{1(0)} + \omega_{1(1)}}{2} \quad (5)$$

Для приведенной массы  $J_2$  уравнение движения в первом приближении примет вид

$$J_{2(0)} \cdot \varepsilon_{2(01)} = M_{2(0)} + M_{C2(01)}, \quad (6)$$

где  $J_{2(0)} = J_2(\varphi_{2(0)})$ ,  $M_{2(0)} = M_2(\varphi_{2(0)})$ ,  $M_{C2(01)} = -M_{C1(01)}$ .

Из уравнения (6) определяется угловое ускорение массы  $J_2$

$$\varepsilon_{2(01)} = \frac{M_{2(0)} + M_{C2(01)}}{J_{2(0)}} \quad (7)$$

Угловая скорость приведенной массы  $J_2$  в конце первого углового шага и средняя скорость определяются соответственно по формулам:

$$\omega_{2(1)} = \omega_{2(0)} + \varepsilon_{2(01)} \cdot \Delta t_{01}, \quad \omega_{2(01)} = \frac{\omega_{2(0)} + \omega_{2(1)}}{2}.$$

Поскольку теперь известна средняя скорость приведенной массы  $J_2$ , можно определить ее угловое перемещение  $\Delta\varphi_{2(01)}$ :  $\Delta\varphi_{2(01)} = \omega_{2(01)} \cdot \Delta t_{01}$ . (8)

Угловая координата массы  $J_2$  в конце первого углового шага определяется

$$\varphi_{2(1)} = \varphi_{2(0)} + \Delta\varphi_{2(01)}. \quad (9)$$

Теперь, после того как стали известны  $\omega_{1(01)}$ ,  $\omega_{2(01)}$  и  $\Delta\varphi_{2(01)}$ , можно определить такие параметры как  $M_{Д(01)} = M_{Д}(\omega_{1(01)})$ ,  $M_{К1(01)} = k(\omega_{2(01)} - \omega_{1(01)})$ . Повторно, но уже более точно, определяются следующие параметры  $M_{С1(1)}^* = c(\varphi_{2(1)} - \varphi_{1(1)})$ ,  $M_{С1(01)}^* = \frac{M_{С1(0)} + M_{С1(1)}^*}{2} = \frac{M_{С1(1)}^*}{2}$ . Чтобы отличить их от прежних значений, в верхнем правом углу проставлена «звездочка». Имея более точные значения параметров, осуществим 2-е приближение.

*2-е приближение.*

Уравнение движения при этом приобретает вид

$$J_{1(01)} \cdot \varepsilon_{1(01)}^* + \frac{1}{2} \frac{J_{1(1)} - J_{1(0)}}{\Delta\varphi} \cdot \omega_{1(01)}^2 = M_{Д(01)} + M_{1(01)} + M_{С1(01)}^* + M_{К1(01)}. \quad (10)$$

Отсюда, определяется угловое ускорение

$$\varepsilon_{1(01)}^* = \frac{M_{Д(01)} + M_{1(01)} + M_{С1(01)}^* + M_{К1(01)}}{J_{1(01)}} - \frac{1}{2} \cdot \frac{J_{1(1)} - J_{1(0)}}{\Delta\varphi \cdot J_{1(0)}} \cdot \omega_{1(01)}^2.$$

Аналогично уравнениям (4) и (5) имеем

$$\Delta t_{01}^* = \frac{-\omega_{1(0)} + \sqrt{\omega_{1(0)}^2 + 2\varepsilon_{1(01)}^* \cdot \Delta\varphi}}{\varepsilon_{1(01)}^*}, \quad \omega_{1(1)}^* = \omega_{1(0)} + \varepsilon_{1(01)}^* \cdot \Delta t_{01}^*,$$

$$\omega_{1(01)}^* = \frac{\omega_{1(0)} + \omega_{1(1)}^*}{2}.$$

Для второй приведенной массы  $J_2$  также составляем уравнение движения:

$$J_{2(01)} \cdot \varepsilon_{2(01)}^* + \frac{1}{2} \frac{J_{2(1)} - J_{2(0)}}{\Delta\varphi_{2(01)}} \cdot \omega_{2(01)}^2 = M_{2(01)} + M_{С2(01)}^* + M_{К2(01)}, \quad (11)$$

$$\text{где } J_{2(1)} = J_2(\varphi_{2(1)}), \quad J_{2(01)} = \frac{J_{2(0)} + J_{2(1)}}{2}, \quad M_{2(1)} = M_2(\varphi_{2(1)}), \quad M_{2(01)} = \frac{M_{2(0)} + M_{2(1)}}{2},$$

$$M_{С2(01)}^* = -M_{С1(01)}^*, \quad M_{К2(01)} = -M_{К1(01)}.$$

Из уравнения (11) определяется угловое ускорение массы  $J_2$  во втором приближении:

$$\varepsilon_{2(01)}^* = \frac{M_{2(01)} + M_{С2(01)}^* + M_{К2(01)}}{J_{1(01)}} - \frac{1}{2} \cdot \frac{J_{2(1)} - J_{2(0)}}{\Delta\varphi_{2(01)} \cdot J_{2(0)}} \cdot \omega_{2(01)}^2 \quad (12)$$

Далее, аналогичным образом, что и в первом приближении определяются более уточненные следующие параметры:

угловая скорость массы  $J_2$  в конце углового шага

$$\omega_{2(1)}^* = \omega_{2(0)} + \varepsilon_{2(01)}^* \cdot \Delta t_{01}^*,$$

средняя угловая скорость массы  $J_2$  в угловом шагу  $\Delta\varphi_{2(01)}$

$$\omega_{2(01)}^* = \frac{\omega_{2(0)} + \omega_{2(1)}^*}{2},$$

угловой шаг приведенной массы  $J_2$

$$\Delta\varphi_{2(01)}^* = \omega_{2(01)}^* \cdot \Delta t_{01}^*,$$

Угловая координата приведенной массы  $J_2$  в конце углового шага

$$\varphi_{2(1)}^* = \varphi_{2(0)} + \Delta\varphi_{2(01)}^*.$$

Таким же образом можно последовательно осуществить 3-е, 4-е и др. приближения, затем переходить на второй угловой шаг и т.д. Нужно отметить, что 3-е приближение дает достаточно точные результаты, поэтому для практических расчетов можно использовать 3-х ступенчатый алгоритм решения.

#### Литература:

1. **Артоболевский, И.И.** Теория механизмов и машин. [Текст] –М.: Наука, 1988 – 638 с.
2. **Зиялиев, К.Ж.** Кинематический и динамический анализ шарнирно-четырёхзвенных механизмов переменной структуры с созданием машин высокой мощности. [Текст] – Бишкек: Илим. – 2005. – 193 с.