

ЗАКОНОМЕРНОСТИ ДЕФОРМАЦИОННОГО ПОВЕДЕНИЯ БЕТОНА ПРИ СЖАТИИ

Рассматривается задача формулировки модели, пригодной для описания при осевом сжатии полной диаграммы деформирования материалов, в которых к упругой и пластической деформации добавляется компонента разрыхления. К указанным материалам относятся, в частности, назально неоднородные среды типа горных пород и искусственные строительные материалы, например бетон. Такие материалы, находящиеся в стационарном состоянии, устойчивом относительно малых возмущений, за пределом упругости могут быть интерпретированы как диссипативные структуры. Процесс деформации и разрушения их анализируется как иерархия неустойчивостей, обусловленных самоорганизацией. Для построения модели привлечены методы математической теории катастроф. Показана перспективность привлечения методов синергетики к задачам формулировки физически обоснованных нелинейных определяющих соотношений.

Ключевые слова: бетон, сжатия, структура бетона, процесс деформации, строительные конструкции, упругая деформация, необратимый процесс деформации, разрушения.

B.M. Seitov - doctor of technical sciences, professor

CONDITIONS OF DEFORMATIONAL BEHAVIOR OF CONCRETE AT COMPRESSION

The problem of formulating a model suitable for describing the total deformation diagram of materials in which a disintegration component is added to elastic and plastic deformation is considered in the case of axial compression. These materials include, in particular, initially inhomogeneous media such as rocks and artificial building materials, for example concrete. Such materials, which are in a stationary state, stable with respect to small perturbations, beyond the elastic limit can be interpreted as dissipative structures. The process of deformation and destruction of them is analyzed as a hierarchy of instabilities caused by self-organization. To construct the model, methods of the mathematical theory of catastrophes are involved. The prospects of attracting synergetic methods to the problems of formulating physically grounded nonlinear defining relations are shown.

Keywords: concrete, compression, concrete structure, deformation process, building structures, elastic deformation, irreversible process of deformation, fracture.

Введение. Энергетическая функция состояния представлена в виде суммы потенциальной функции, ответственной за обратимые деформации, и возмущения. В последнее введен параметр несовершенства (управляющий параметр), связываемый с повреждаемостью. На параметр несовершенства возложена ответственность за процесс, структурообразования. Уравнение состояния получено минимизацией энергетической функции по параметру порядка и дополнено кинетическим уравнением для параметра несовершенства. Показана перспективность привлечения методов синергетики к задачам формулировки физически обоснованных нелинейных определяющих соотношений.

Бетон относится к сложным материалам, состоящим из частиц крупного и мелкого заполнителей, соединенных между собой цементным камнем, образуемым путем взаимодействия цемента и воды в результате химической реакции гидратации. Химические процессы продолжаются в цементном камне практически всю жизнь бетона. Важным фактором в бетоне является вода, содержание которой в зависимости от влажности окружающей среды изменяется.

С позиций механики материалов бетон представляет собой начально-неоднородную среду, на

напряженно деформированное состояние, которой сильнейшее влияние оказывает вся предыдущая история - условия твердения, нагружения, эксплуатации. Исчерпывающей строго обоснованной механической теории бетона до сих пор не создано, хотя такие попытки имеют место, как показано в [1-3]. При этом следует оговориться, что использование методов линейной механики разрушения применительно к бетону нельзя считать вполне оправданным. Такой подход игнорирует историю процесса, предшествующую наступлению разрушения. Привлечение моделей нелинейной механики разрушения связано с анализом «псевдопластических» деформаций в устье основной трещины и развитием второстепенных микротрещин.

Цель исследования: Развитие вышеупомянутых процессов, так как, перечисленные методы основаны на ряде гипотез, главным недостатком которых можно считать не учет структурной изменчивости бетона при нагружении.

Методы и материалы исследования. На основании сравнительного анализа диаграмм сжатия бетона [4-6] и горных пород [7] установлена идентичность их деформационного поведения. Главное сходство состоит в наличии запредельной области, для которой характерно снижение напряжений с ростом деформаций после достижения предела прочности. Здесь кроется определенный резерв прочности бетона, который можно учесть при расчете сжимаемых и несжимаемых бетонных и железобетонных элементов строительных конструкций. Расхождение между данными А опытов состоит в отсутствии на диаграммах «напряжение-деформация» бетонов характерного линейного участка, соответствующего упругой стадии деформирования. Кроме того, обнаружено, что горные породы при напряжении, близком к временному сопротивлению, становятся несжимаемыми [8]. Для бетона подобное не установлено.

Из сказанного можно сделать вывод - определяющие соотношения, полученные при моделировании деформации горных пород [8], могут быть привлечены для описания закономерностей поведения полу хрупких тел типа бетона с учетом качественных изменений повреждаемости в процессе деформации и разрушения.

Основная идея заключается в обоснованном использовании математического аппарата теории катастроф [9], причем деформирование рассматривается как размытый структурный переход [10] от упругой стадии до разрушения, а повреждаемость отождествляется со степенью полноты фазового перехода и определяется методами статистической механики [12].

Уравнение состояния для случая одноосного сжатия принято, следуя [8,11], в виде

$$F = \frac{\beta}{\eta} + \eta + F_0 \quad F = \frac{\beta}{\eta} + \eta + F_0 \quad (1)$$

β - параметр несовершенства ($\beta < 0$), причем σ, ε - сжимающие напряжение и деформация;
 σ^e, ε^e - предел текучести и соответствующая ему деформация.

Укажем, что параметр β принят ответственным как за начальные структурные несовершенства, так и за появившиеся в процессе нагружения. Полагая, следовательно, β чувствительным к текущему структурному состоянию, можно придать ему статус эволюционного параметра. Так как накапливаемые несовершенства связываются с изменчивостью материала, удобным представляется характеризовать указанную изменчивость, следуя [13], параметром повреждаемости $\omega \in [0; 1]$.

Будем считать, что параметр ω в области упругих деформаций возрастает слабо, несмотря на очевидную нелинейность диаграммы $\sigma - \varepsilon$. При переходе в зону упрочнения ω растет наиболее интенсивно. Последнее объясняется природой остаточных деформаций начально неоднородных материалов, к которым, как уже упоминалось, относится бетон. Здесь, помимо чисто сдвиговых процессов, характерных для стадии упрочнения, существенный вклад в необратимую составляющую деформации дает разрыхление материала. Кроме того» на указанной стадии следует ожидать появления локализованных областей, в которых частицы материала измельчаются. Тем самым в образовавшейся уже диссипативной структуре зарождаются элементы новой, более сложной структуры. Переход к последней совершается со сменой типа устойчивости и

возникновением нового состояния, которому соответствует продолжающийся рост деформаций и снижение напряжений. Параметр повреждаемости в запредельной области растет и при появлении магистральной трещины устремляется к единице.

Установим связь между параметрами β и ω в процессе деформации. Последнее необходимо для непосредственных вычислений напряжений по формуле (1).

Пусть на приращение параметра повреждаемости $d\omega$ параметр несовершенства откликается уменьшением на величину $d\beta$. Примем [8,11], что указанное уменьшение пропорционально параметру и происходит тем быстрее, чем выше значение ω и ω' , где ω' - скорость изменения параметра повреждаемости. Следовательно, имеем

$$d\beta = \beta K(\omega - \omega') d\omega, \quad (2)$$

причем $K(\omega - \omega')$ - ядро, убывающее с ростом ω и ω' .

$$\text{Решение уравнение (2) имеет вид } \ln \frac{\beta}{\beta_0} = \int_{\omega_0}^{\omega} K(\omega, \omega') d\omega, \quad (3)$$

Где в соответствии (2) получаем $\beta_0 = \beta \ln = 1 - (1 + F_0)$.

Введем абсциссу $\xi = \eta/\eta_c$, $\xi_c = \eta/\eta_c$, $\eta_c = \eta/\varepsilon = \varepsilon_c \eta_c = \eta/\varepsilon = \varepsilon_c$, а ε_c - предельная деформация, соответствующая разрушению.

Далее, следуя [8,11], считаем, что величина ω должна рассматриваться как внутренний эволюционный параметр состояния, т.е. $\omega = \omega(\xi t)$, где t - время.

Как следствие методов статистической механики для параметра ω в качестве кинетического принимаем вариант уравнения Фоккера-Планка [12], описывающего вероятность соответствия величины ω в данный момент времени координате ξ . В механическом аспекте удовлетворение уравнение Фоккера-Планка отвечает условию неразрывности параметра ω и, естественно, сохранению сплошности материала. Указанное уравнение запишем в виде

$$\frac{d\omega}{dt} + \frac{d}{d\xi} (R(\xi)\omega - \lambda \frac{d\omega}{d\xi}) = 0, \quad (4)$$

где $R=R(\xi)$ - коэффициент «дрейфа», учитывающий изменчивость сил внутреннего трения, $\lambda = \text{const}$ - коэффициент диффузии.

Статическое нагружение будем считать соответствующим стационарному состоянию ω . Тогда непосредственно из (4) получаем

$$\lambda \frac{d\omega}{d\xi} = R(\xi)\omega. \quad (5)$$

Здесь учтены характерные для размытого фазового перехода условия $\omega|_{\xi=0} = 0$; $\frac{d\omega}{d\xi}|_{\xi=0} = 0$.

Проинтегрируем уравнение (5). Имеем

$$\omega(\xi) = A \exp\left(\frac{1}{\lambda} \int R(\xi) d\xi\right). \quad (6)$$

причем A - постоянная интегрирования.

Явное выражение функции $R = R(\xi)$ пригодное для математического описания исследуемых материалов, примем в форме

$$R(\xi) = C \exp(\xi) (1 - \exp(1 - \xi)) \quad (7)$$

где C - постоянная материала.

Укажем, что предложенное выражение (7), как следует из уравнения (5), свойственному для различных фазовых переходов условию $\frac{d\omega}{d\xi} \Big|_{\xi=1} = \mathbf{1} = \mathbf{0} \frac{d\omega}{d\xi} \Big|_{\xi=1} = \mathbf{1} = \mathbf{0}$.

Подставляем (7) в (6) и после интегрирования будем иметь

$$In\omega = InA + \frac{1}{\lambda} [Cexp\xi - C\xi e + Q] In\omega = InA + \frac{1}{\lambda} [Cexp\xi - C\xi e + Q] \quad (8)$$

Здесь (Q) - постоянная интегрирования.

Вернемся теперь к зависимости (4). Примем ядро оператора в виде

$$k(\omega, \omega^1) = \frac{\lambda}{\omega} + \frac{b+ce}{\omega^1} k(\omega, \omega^1) = \frac{\lambda}{\omega} + \frac{b+ce}{\omega^1} \quad (9)$$

где $\omega = \frac{d\omega}{d\xi} \frac{d\xi}{d\omega}$ причем $\omega = \omega(\xi) \omega = \omega(\xi)$ удовлетворяют уравнению (5), b-const.

Подставив (9) в (4) и интегрируя полученное равенство, можем записать

$$In \frac{\beta}{\beta_e} = \lambda In\omega + (b+ce)\xi. In \frac{\beta}{\beta_e} = \lambda In\omega + (b+ce)\xi. \quad (10)$$

Разрешив (10) относительно $In \frac{\beta}{\beta_e} In \frac{\beta}{\beta_e}$ и приравняв этот результат правой части (8), получаем

$$In \frac{\beta}{\beta_e} = a + b\xi + cexp\xi. In \frac{\beta}{\beta_e} = a + b\xi + cexp\xi. \quad (11)$$

где постоянные материала (a, b, c) удовлетворяют условию

$$a + b\xi_e + cexp\xi_e = \mathbf{0} \xi_e + cexp\xi_e = \mathbf{0}, \quad (12)$$

причем $\xi_e = \frac{\xi}{\eta} = 1/\eta_c \xi_e = \frac{\xi}{\eta} = 1/\eta_c$ и, кроме того, $a = \lambda \ln A - Q$.

Теперь можно считать, что установлена связь между значениями ω (8) и (11) в параметрической форме, причем роль параметра отводится $\xi \in [\xi_e; 1]$.

Коэффициенты (a, b, c) определены из сопоставления опытных и теоретических данных. Можно показать, что результатам опытов [4-6] по осевому сжатию бетонных образцов соответствует соотношение (11) при следующих значениях постоянных, приведенных в таблице 1.

Таблица 1

Значения постоянных (a,b,c)

Наименование	a	b	c
Опыты А.В. Яшина [4]	-4,7974	-4,1307	4,1185
Опыты Г.Я. Почтовика [5]	-4,9066	4,7268	1,6947
Опыты В.А. Рахманова [6]	-4,9000	-6,5239	4,8549

Для нахождения постоянных λ, A, Q имеем условия

$$\omega_{g=1}; \frac{d^2\omega}{d\xi^2} \Big|_{\xi=\xi_0} = \mathbf{0}; \xi_0 = \xi \Big|_{\eta=\eta_0}$$

и учитывая вероятностный характер процесса,

$$\int_0^1 \omega(\xi) d\xi = \frac{1}{2}.$$

Из этих условий и формулы (11) можем записать

$$\lambda = - \frac{exp \xi_0}{c(exp \xi_0 - e)^2} \lambda = - \frac{exp \xi_0}{c(exp \xi_0 - e)^2}; Aexp \left[\frac{1}{\lambda} Q \right] = 1; Aexp \left[\frac{1}{\lambda} Q \right] = 1;$$

$$\frac{1}{2A} \exp\left(-\frac{Q}{\lambda}\right) = \int_0^1 \exp\left[\frac{c}{\lambda} (\exp\xi - \xi e)\right] d\xi \frac{1}{2A} \exp\left(-\frac{Q}{\lambda}\right) = \int_0^1 \exp\left[\frac{c}{\lambda} (\exp\xi - \xi e)\right] d\xi \quad (13)$$

Результаты численного определения постоянных приведены в таблице 2.

Таблица 2

Результаты численного определения постоянных

Наименование	λ	A	Q
Опыты А.В. Яшина [4]	-3,212	2,454	2,885
Опыты Г.Я. Почтовика [5]	-5,9995	2,028	2,238
Опыты В.А. Рахманова [6]	-1,648	4,332	2,417

Отметим еще одну характерную особенность, наблюдаемую в опытах, - зависимость относительного изменения объема от деформации сдвига. Иными словами, при моделировании закономерностей деформации полухрупких тел существенным является отказ от закона упругого изменения объема. Понятно, что учет изменчивости объемной деформации θ должен соответствовать опытным данным при установленных из прямых экспериментов постоянных материала. При этом считаем нецелесообразным разделить изменение объема на упругую и неупругую составляющие, тем более, что последняя при аддитивном подходе рассматривается как сумма мгновенной пластической деформации и составляющей разрыхления, каждая из которых подчиняется определенным закономерностям.

В первом приближении будем считать, что связь между объемной деформацией и параметром несовершенства представляется линейной функцией вида

$$\theta = k_1 \left(\frac{\beta}{\beta_1}\right) \vartheta = k_1 \left(\frac{\beta}{\beta_1}\right) + k_2 k_2 \quad (14)$$

где $\beta/\beta_1 = \theta/\beta_1$, β_1 - объемная деформация, соответствующая пределу текучести, а k_1, k_2 - аппроксимирующие коэффициенты, приведены в таблице 3.

Таблица 3

Значения аппроксимирующих коэффициентов

Наименование	K_1	K_2
Опыты А.В. Яшина [4]	0,7995	-1,8985
Опыты Г.Я. Почтовика [5]	0,8744	-1,7203
Опыты В.А. Рахманова [6]	0,8271	-1,7065

На рис. 1 показаны сопоставления теоретические зависимости, рассчитанные по формулам (1) и (11), сравнены с экспериментальными данными при осевом сжатии. Кроме того, показано сравнение опытных и теоретических зависимостей относительной объемной деформации от сдвиговой.

В заключение укажем, что предложенная модель включает уравнение состояния (1), уравнение, определяющее вид функции управляющего параметра (11), и выражение для относительного изменения объема (14).

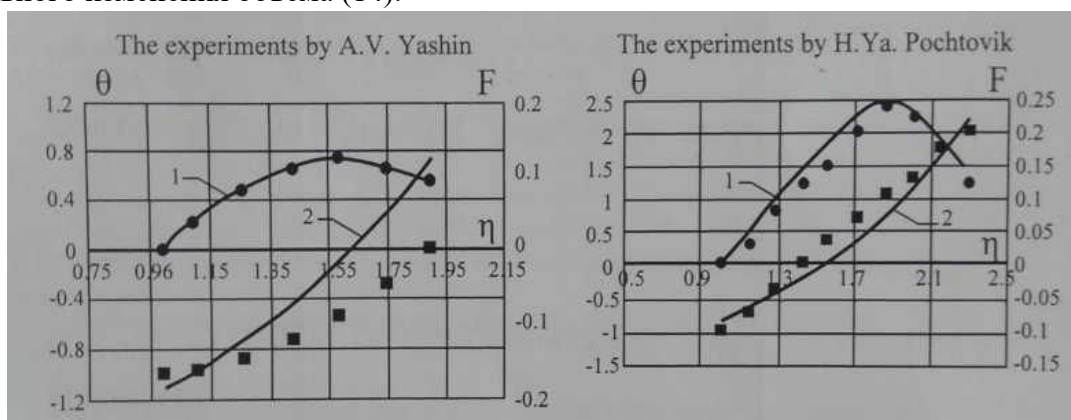


Рис.1. Сопоставление теоретических и опытных данных:

1- Зависимости между приведенными напряжениями F и η .

2- Зависимости между приведенными изменениями объема ν и η .

Прием, использованный при формулировке модели, можно считать синергетическим [14]. Это относится к задачам построения физически обоснованных нелинейных определяющих соотношений для сред, в деформационном поведении которых наблюдается иерархия структурных состояний. Последнее имеет место при деформации бетона.

Литература:

1. **Зайцев, Ю.В.** Механика разрушения для строителей [Текст] М. Высш. шк., 1991. 288 с.
2. **Яшин, А.В.** Прочность и деформации бетона при различных скоростях загрузки // Воздействие статических, динамических и многократно повторяющихся нагрузок на бетон и элементы железобетонных конструкций - [Текст] / Р.О. Красновский // М.: Стройиздат, 1972.-С. 23-39.
3. **Почтовик, Г.Я.** Применение ультразвукового импульсного метода для оценки структурно-механических характеристик бетонных и железобетонных конструкций при загрузении // Методика лабораторных исследований деформаций и прочности бетона. [Текст] М.: Госстройиздат, 1962. - С.267-278.
4. **Рахманов, В.А.** Прочность бетона при действии внецентренного динамического нагружения/Длительные деформативные процессы в бетонных и железобетонных конструкциях - М.: Стройиздат, 1970 - С.55-65.
5. **Ставрогин, А.Н.** Прочность горных пород и устойчивость выработок на больших глубинах [Текст] / Протосеня А.Г. // М.: Недра, 1985.-271 с.
6. **Гилмор, Р.** Прикладная теория катастроф. Кн. I. - М.: Мир, 1984. — 350 с.
7. **Ролов, Б.Н.** Физика размытых фазовых переходов [Текст] / В.Э. Юркевич // Ростов: РГУ, 1983. — 320с.
8. **Балеску, Р.** Равновесная и неравновесная статистическая механика [Текст] Т.2.-М: Мир, 1978.-400с.
9. **Работнов, Ю.М.** О разрушении вследствие ползучести//ПМТФ, 1963.-№2 , «С 113-123.
10. **Хакен, Г.** Синергетика: иерархия неустойчивости в самоорганизующихся системах и устройствах. - М.: Мир, 1984. - 350с.
11. **Dovgan, V.I.** About structure formation self-organization at loading of quasibrittle materials (2005) D.A. Kitaeva, Ya.I. Rudaev //Proceedings of the XXXIII Summer School "Advanced

- Problems in Mechanics” (APM-2005), pp. 61-66.
12. **Zaytsev, Yu.** Primeneniye nelineynoy mekhaniki razrusheniya dlya issledovaniya svoystv betona: istoricheskiy aspekt Application of non-linear fracture mechanics to investigate properties of concrete: historical aspect [Tekst] /F.H. Wittmann // (2013) Vestnik grazhdanskikh inzhnerov, 3 (38), pp. 55-62. (ms).
 13. **Adigamov, N.S.** Equation of state allowing for loss strength of material (1999) [Tekst] / Ya.I. Rudayev //Journal of Mining Science, 35 (4), pp. 353-360.
 14. **Melnikov, B.E.** Creation and application of hierarchical sequence of material models for numerical analysis of elasto-plastic structures (1996) [Tekst] ZAMM Zeitschrift fur Angewandte Mathematik und Mechanik, 76 (2), pp. 615-616.