

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СООТНОШЕНИЯ КОЛОНН ПРИ РАСЧЕТЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАМНОГО КАРКАСА НА УСТОЙЧИВОСТЬ

В данной статье рассматривается определение оптимального соотношения жесткостей колонн, пространственного рамного каркаса. Критическая сила может быть определена как сумма критических сил для рам вовлеченных в работу при потере устойчивости, следовательно, две изгибных форм потери устойчивости здания (изгиб относительно оси X и оси Y). Оптимизированное решение можно проверить в программном комплексе «Лира» методом конечных элементов по оси Y.

Ключевые слова: прочность, несущая способность, жесткость колонн, рамный каркас, критическая сила, устойчивость, изгиб, конечные элементы, линейно-упругая система.

U.D. Abdullaev –teacher, OshTU
E.S. Ergeshov – senior teacher, OshTU

SOME PECULIARITIES OF DETERMINATION OF COLUMN RATIO IN CALCULATION OF THE SPATIAL FRAME FRAME ON STABILITY

In this paper, we consider the determination of the optimal ratio of the rigidity of the columns, the spatial framework frame. The critical force can be defined as the sum of the critical forces for the frames involved in the loss of stability, therefore, the two flexural forms of the building's loss of stability (bending about the X axis and the Y axis). An optimized solution can be tested in the Lira software using the finite element method along the Y axis.

Key words: strength, bearing capacity, stiffness of columns, frame frame, critical force, stability, bending, finite elements, linear-elastic system.

Введение. Вопросы проектирования зданий и сооружений во многом зависят от всесторонней оценки прочности и несущей способности строительных конструкций. Наиболее распространенные до последнего времени методы расчета основанные на законе Гука содержат в большинстве своем внутренние излишние запасы [1].

При этом необходимо рассматривать особенности расчета по предельным состояниям: первая - потеря несущей способности или непригодность к эксплуатации, вторая - непригодность к нормальной эксплуатации. При проверке сооружения на устойчивость обычно ограничиваются проверкой устойчивости всех его сжатых элементов расчетной длины. Но СП 16.13330.2011 Стальные конструкции[2] (п.4.2.4), допускает ограничиваться проверкой устойчивости отдельных элементов только для рам (каркасов) закрепленных от перекоса (рис.1а), а для свободных рам (рис.1б) обязательна проверка достижения предельного состояния системы в целом.

Цель исследования. В классической постановке задачи устойчивости, реализованной практически всеми конечно-элементными программными системами, определение критической нагрузки сводится к определению наименьшего положительного собственного числа $\lambda\lambda$ для следующей системы уравнений:

$$([K] + \lambda|K_g|)\{u\} = 0 \quad ([K] + \lambda|K_g|)\{u\} = 0 \quad (1)$$

где: $[K]$ – обычная матрица жесткости конструкции; $|K_g|$ – матрица эффективной (или геометрической) жесткости; $\lambda\lambda$ - собственное значение (масштабный фактор), $\{u\}$ - собственный вектор, характеризующий форму потери устойчивости системы.

Методы исследования. При решении задачи (1) рассматривается идеальная линейно-упругая система, в которой предполагается, что все внутренние усилия растут пропорционально одному параметру - собственному числу, что связано с таким же пропорциональным ростом всех приложенных к системе нагрузок.

Из решения системы уравнений мы получаем коэффициент запаса устойчивости λ , и форму потери устойчивости $\{u\}$, но программа не дает возможности оценить: рациональность принятых решений, влияния изменения тех или иных параметров на величину критической силы и формы потери устойчивости, оптимальности соотношения жесткостей сооружения.

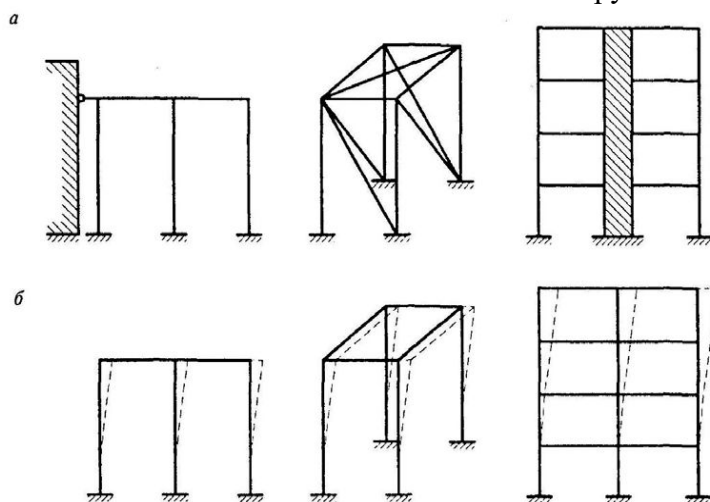


Рис.1. Схемы систем раскрепленных (а) и не раскрепленных от перемещений (б)

Для того, что бы определить оптимальное соотношение жесткостей колонн, рассмотрим пространственный рамный каркас (рис.2).

Для многопролетной одноэтажной рамы, с постоянной высотой стоек, нагруженной вертикальными нагрузками в узлах, значение критической силы остается неизменным при любом распределении нагрузки между стойками рамы, а зависит только от погонных жесткостей ригелей и колонн [1].

Критическая сила может быть определена как сумма критических сил для рам вовлеченных в работу при потере устойчивости, следовательно, нас будут интересовать две изгибных формы потери устойчивости здания (изгиб относительно оси X и оси Y). Изгиб относительно любой другой оси даст намного большую критическую силу, т.к. вовлечет в работу все плоские рамы (по двум осям). Но возможна также и крутильная форма потери устойчивости. При этом точка, относительно, которой произойдет закручивание, должна быть такой, чтоб включилось в работу как можно меньшее число рам с минимальными критическими силами.

Основная трудность расчета заключается в правильном определении точки закручивания. Но даже если крутильная форма окажется первой, то отличие от первой изгибной не превосходит и 5%, поэтому можно ограничиться поиском изгибных форм потери устойчивости.

При потере устойчивости относительно оси X в работу будут вовлечены три плоских рамы (две двухпролетные и одна однопролетная), при потере устойчивости относительно оси Y в работу будут вовлечены три плоских рамы (две трехпролетные и одна двухпролетная) (рис.2).

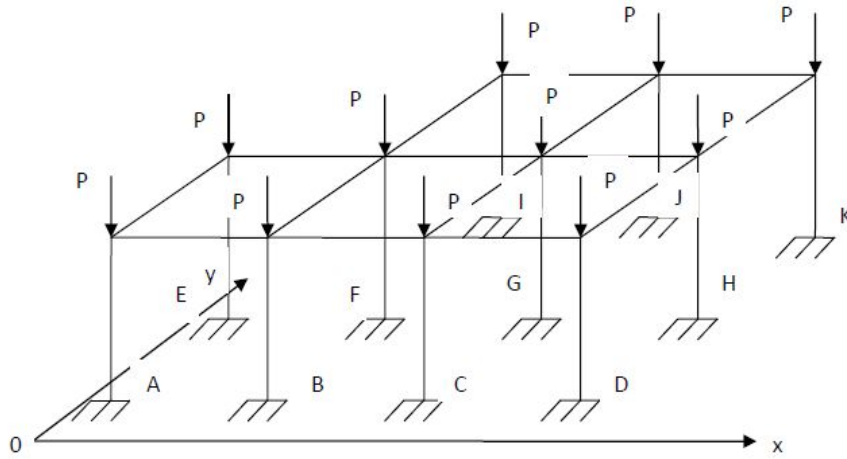


Рис.2.Пространственный рамный каркас

Зададимся некоторыми параметрами, для удобства расчетов примем погонную жесткость ригеля $i_p i_p$, погонную жесткость стойки $i_c i_c$, начальный параметр длины ригеля равной $l l$, высота колонны будет постоянной и некоторая сила P , действующая на верхние узлы рамы [3].

Воспользуемся формулой для определения критической силы, при которой произойдет потеря устойчивости рамы [1].

$$P_{кр} = \sum_{k=1}^n \left(1 - \frac{0,75}{1 + \frac{2(i_k^p + i_{k+1}^p)}{i_k^c}} \right) \cdot \pi^2 \cdot \frac{EJ_c}{l^2} P_{кр} = \sum_{k=1}^n \left(1 - \frac{0,75}{1 + \frac{2(i_k^p + i_{k+1}^p)}{i_k^c}} \right) \cdot \pi^2 \cdot \frac{EJ_c}{l^2} \quad (2)$$

где $P_{кр}$ - критическая сила, $i_k^c i_k^c$ -погонная жесткость стойки, $i_k^p i_k^p$ -погонная жесткость ригеля, EJ_c - жесткость стойки, k - номер стойки или ригеля.

Рассмотрим изменения критической силы, при увеличении длины пролета от L до $5L$, получим для рамы ABCD:

$$P_{кр1} = \left(\left(1 - \frac{0,75}{1 + \frac{2i_1^p}{i_1^c}} \right) + \left(1 - \frac{0,75}{1 + \frac{2(i_1^p + i_2^p)}{i_2^c}} \right) + \left(1 - \frac{0,75}{1 + \frac{2(i_2^p + i_3^p)}{i_3^c}} \right) + \left(1 - \frac{0,75}{1 + \frac{2i_4^p}{i_4^c}} \right) \cdot \pi^2 \cdot \frac{EJ_c}{l^2} \right)$$

Для рамы EFGH:

$$P_{кр2} = \left(\left(1 - \frac{0,75}{1 + \frac{2i_1^p}{i_1^c}} \right) + \left(1 - \frac{0,75}{1 + \frac{2(i_1^p + i_2^p)}{i_2^c}} \right) + \left(1 - \frac{0,75}{1 + \frac{2(i_2^p + i_3^p)}{i_3^c}} \right) + \left(1 - \frac{0,75}{1 + \frac{2i_4^p}{i_4^c}} \right) \cdot \pi^2 \cdot \frac{EJ_c}{l^2} \right)$$

$$P_{кр2} = \left(\left(1 - \frac{0,75}{1 + \frac{2i_1^p}{i_1^c}} \right) + \left(1 - \frac{0,75}{1 + \frac{2(i_1^p + i_2^p)}{i_2^c}} \right) + \left(1 - \frac{0,75}{1 + \frac{2(i_2^p + i_3^p)}{i_3^c}} \right) + \left(1 - \frac{0,75}{1 + \frac{2i_4^p}{i_4^c}} \right) \cdot \pi^2 \cdot \frac{EJ_c}{l^2} \right)$$

Для рамы IJK:

$$P_{кр3} = \left(\left(1 - \frac{0,75}{1 + \frac{2i_1^p}{i_1^c}} \right) + \left(1 - \frac{0,75}{1 + \frac{2(i_1^p + i_2^p)}{i_2^c}} \right) + \left(1 - \frac{0,75}{1 + \frac{2i_3^p}{i_3^c}} \right) \cdot \pi^2 \cdot \frac{EJ_c}{l^2} \right)$$

Общая устойчивость каркаса по оси X определится как сумма критических сил для всех плоских рам, вовлеченных в работу.

Найдем сумму значений $P_{кр} P_{кр}$ по оси X, получим:

$$P_{крx} = 86,29 \cdot \frac{EJ_c}{l^2}$$

Аналогично рассчитываем значение критической силы по оси Y.

$$P_{кры} = 84,29 \cdot \frac{EJ_c}{l^2}$$

Полученные данные сведем в таблицу 1.

Таблица 1

Результаты значений критической силы

Значение длины ригеля L	Значение критической силы $P_{кр} P_{кр}$ по оси y	Значение критической силы $P_{кр} P_{кр}$ по оси x
L	84,29	86,29
2L	71,48	78,38
3L	63,45	73,31
4L	57,93	69,76
5L	53,87	67,12

Проведем анализ полученных расчетов и определим зависимости критической силы от изменения длины ригеля (рис.3).

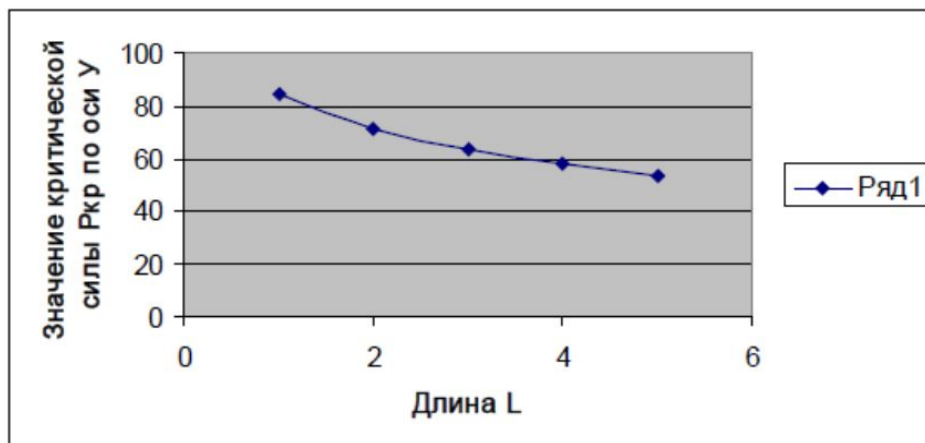


Рис.3.График зависимости значений критической силы от изменений пролета по оси Y

Из графика видно, что с увеличением пролета, и соответственно с уменьшением погонной жесткости ригеля, уменьшается значение критической силы.

Необходимо подобрать оптимальное соотношение жесткостей колонн, в зависимости от длин ригелей. Критическая сила, которую способна выдержать рама до потери устойчивости, с учетом всех необходимых коэффициентов и поправок должна быть больше суммарной нагрузки на каркас[3]. Приняв необходимую величину силы постоянной, определяем жесткость стоек из формулы (2) при помощи надстройки программы EXCEL “поиск решения”.

Выводы:

Так, как конструкция теряет устойчивость при минимальной критической силе, оптимальным является решение, при котором значение критических сил при изгибе относительно осей X,Y равны.

Оптимизированное решение можно проверить в программном комплексе.

Данные, полученные в программном комплексе «Ли́ра» методом конечных элементов по оси

Результаты расчетов

Значение длины ригеля L	Значение критической силы $R_{кр}$ по оси y	Значение критической силы $R_{кр}$ по оси y, полученное в «Лире»	Погрешность %
L	84,29	85,43	1,33
2L	71,48	69,35	2,97
3L	63,45	61,29	3,40
4L	57,93	55,72	3,81
5L	53,87	51,84	3,77

Погрешность расчетов для каркаса (рис.2.) по формуле (2) и данных, полученных в программном комплексе, не превосходит 5% для всех принятых длин ригелей.

Литература:

1. Сон, М.П. «Строительная механика зданий и сооружений» спецкурс, [Текст]/ М.П. Сон//. - Пермь- 210, с 12-23, 145-149. СП 16.13330.2011 Стальные конструкции
2. Сон, М.П. «Расчет рамных каркасов на устойчивость» [Текст]/ М.П. Сон//. - Пермь- 210, с 48-56.