

**АВТОМАТИЗИРОВАННЫЙ ВЫВОД ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ
ДИНАМИКИ ТКАЦКОГО СТАНКА СТБ В СИСТЕМЕ MAPLE**

В статье было выяснено, что система Maple является признанным лидером в области символьных вычислений (то есть в преобразовании выражений с использованием переменных, многочленов, функций и т.д.). В системе Maple имеются модули, облегчающие работу в различных разделах математики. Так же данный программный комплекс позволяет построить анимацию исследуемого механизма.

Ключевые слова: дифференциальное уравнение, системе maple, модель станка, координаты.

**AUTOMATED DERIVATION OF DIFFERENTIAL EQUATIONS OF THE
DYNAMICS OF THE LOOM STB IN MAPLE SYSTEM**

In the article, it was found that the Maple system is recognized in the field of symbolic computation leader (that is, to transform the expressions using variables, polynomials, functions, etc.). The Maple system has modules that facilitate work in various branches of mathematics. Also, this software package allows you to build an animation of the test mechanism.

Keywords: differential equation, maple system, the model of the machine, and coordinates.

Задача построения динамической модели ткацких станков СТБ для изучения работоспособности и повышения производительности впервые рассмотрена в работе [1]. В этой же работе показано, что составление, решение и анализ дифференциальных уравнений в форме Лагранжа II рода с избыточными координатами, описывающих динамику станка СТБ весьма затруднительно. Авторами работы [1,2] для исследований в данной области использовался программный комплекс SimulationX, предназначенный для разработки, моделирования, симулирования, анализа и виртуального тестирования сложных мехатронных систем. В данной статье представлен автоматизированный вывод уравнений Лагранжа 2 рода с избыточными координатами динамической модели ткацкого станка СТБ с использованием возможностей Maple. Реализация исследуемой задачи в системе компьютерной алгебры Maple, ориентированного на сложные математические вычисления, визуализацию данных и моделирование, позволяет решать поставленные перед исследователем задачи с наибольшей эффективностью. Из множества подобных систем (Matlab, Mathcad, Mathematica) Maple является признанным лидером в области символьных вычислений (то есть в преобразовании выражений с использованием переменных, многочленов, функций и т.д.). Помимо этого в системе Maple имеются модули, облегчающие работу в различных разделах математики. Так же данный программный комплекс позволяет построить анимацию исследуемого механизма.

Динамическая модель станка представлена в виде разветвленной цепной схемы представлена на рис.1.

$$\begin{aligned} \Pi := & \frac{1}{2} \cdot (c_1 \cdot q_2^2(t) + c_{k1} \cdot q_3^2(t) + c_{k2} \cdot q_4^2(t) + c_{k3} \cdot q_5^2(t) + c_{k7} \cdot q_6^2(t) \\ & + c_{k8} \cdot q_7^2(t) + c_{k9} \cdot q_8^2(t) + c_{10} \cdot q_9^2(t) + c_{k11} \cdot q_{10}^2(t) + c_{k12} \cdot q_{11}^2(t) \\ & + c_{k4} \cdot q_{12}^2(t) + c_{k5} \cdot q_{13}^2(t) + c_{k6} \cdot q_{14}^2(t) + c_{k15} \cdot q_{17}^2(t) + c_{k14} \cdot \\ & q_{16}^2(t) + c_{k13} \cdot q_{18}^2(t)); \end{aligned} \quad (2)$$

Из обобщенных сил на систему действует только M_3 .

Введем обобщенные координаты. Как известно, выбор обобщенных координат не является однозначным. Однако, подразумевая дальнейший анализ системы и возможность (в ряде случаев) ее упрощения, следует подобрать обобщенные координаты, соответствующие сравнительно малым относительным перемещениям [3]. Выберем следующий порядок введения обобщенных координат: зададимся одной абсолютной координатой, соответствующей перемещению в начале кинематической цепи $\varphi_0 = q_1(t)$. Далее, продвигаясь вдоль кинематической цепи, запишем:

$$\begin{aligned} \varphi_0 &:= q_1(t) \\ \varphi_1 &:= u_1(q_1(t)) + q_2(t) \\ \varphi_2 &:= u_1(q_1(t)) + q_2(t) + q_3(t) \\ \varphi_{I_2} &:= u_1(q_1(t)) + q_2(t) + q_3(t) + q_4(t) \\ \varphi_3 &:= u_1(q_1(t)) + q_2(t) + q_3(t) + q_4(t) + q_5(t) \\ \varphi_7 &:= u_1(q_1(t)) + q_2(t) + q_3(t) + q_4(t) + q_5(t) + q_6(t) \\ \varphi_4 &:= u_1(q_1(t)) + q_2(t) + q_3(t) + q_4(t) + q_5(t) + q_{12}(t) \\ \varphi_5 &:= u_1(q_1(t)) + q_2(t) + q_3(t) + q_4(t) + q_5(t) + q_{12}(t) + q_{13}(t) \\ \varphi_6 &:= u_1(q_1(t)) + q_2(t) + q_3(t) + q_4(t) + q_5(t) + q_{12}(t) + q_{13}(t) + q_{14}(t) \\ \varphi_{14} &:= u_5(u_1(q_1(t)) + q_2(t) + q_3(t) + q_4(t) + q_5(t) + q_{12}(t) + q_{13}(t) + q_{14}(t)) \\ \varphi_{15} &:= u_5(u_1(q_1(t)) + q_2(t) + q_3(t) + q_4(t) + q_5(t) + q_{12}(t) + q_{13}(t) + q_{14}(t)) + q_{17}(t) \\ \varphi_{16} &:= u_5(u_1(q_1(t)) + q_2(t) + q_3(t) + q_4(t) + q_5(t) + q_{12}(t) + q_{13}(t) + q_{14}(t)) + q_{16}(t) \\ \varphi_{13} &:= u_1(q_1(t)) + q_2(t) + q_3(t) + q_4(t) + q_5(t) + q_{12}(t) + q_{13}(t) + q_{18}(t) \\ \varphi_8 &:= u_1(q_1(t)) + q_2(t) + q_3(t) + q_4(t) + q_5(t) + q_6(t) + q_7(t) \\ \varphi_9 &:= u_1(q_1(t)) + q_2(t) + q_3(t) + q_4(t) + q_5(t) + q_6(t) + q_8(t) \\ \varphi_{10} &:= u_1(q_1(t)) + q_2(t) + q_3(t) + q_4(t) + q_5(t) + q_6(t) + q_8(t) + q_9(t) \\ \varphi_{11} &:= u_1(q_1(t)) + q_2(t) + q_3(t) + q_4(t) + q_5(t) + q_6(t) + q_8(t) + q_9(t) + q_{10}(t) \\ \varphi_{12} &:= u_1(q_1(t)) + q_2(t) + q_3(t) + q_4(t) + q_5(t) + q_6(t) + q_8(t) + q_9(t) + q_{10}(t) + q_{11}(t) \end{aligned}$$

где через u_i переобозначены передаточные функции Π_i , так как через Π обозначается потенциальная энергия.

После введения обобщенных координат *Maple* автоматически осуществляет замену в уравнениях (1) и (2). На данном этапе программа получила все необходимые данные, и

вывод уравнений Лагранжа II рода производится автоматически, без дальнейшего участия исследователя.

Для реализации поставленной задачи использовались несколько авторских процедур, расширяющих возможности *Maple*[4,5]. Программа анализирует уравнение кинетической энергии и определяет переменные и их количество, при помощи процедуры *Analiz(T)*. После чего в отдельный массив записывает их производные.

```

> _q, n := Analiz(T);
_q, n := [q1(t), q2(t), q3(t), q4(t), q5(t), q6(t), q7(t), q8(t), q9(t), q10(t), q11(t), q12(t), q13(t),
q14(t), q16(t), q17(t), q18(t)], 17
_pp := diff(_q, t);
_pp := [ d/dt q1(t), d/dt q2(t), d/dt q3(t), d/dt q4(t), d/dt q5(t), d/dt q6(t), d/dt q7(t), d/dt q8(t),
d/dt q9(t), d/dt q10(t), d/dt q11(t), d/dt q12(t), d/dt q13(t), d/dt q14(t), d/dt q16(t), d/dt q17(t),
d/dt q18(t) ]

```

Далее в несколько этапов идет дифференцирование кинетической энергии по обобщенным координатам и их производным.

```

for i to n do _Li := diff2(T, _pp[i]); od;
for i from 2 to n do _Ri := diff2(T, _q[i]); od;

```

После получения всех элементов уравнения, происходит автоматическая сборка в общий стандартный вид.

```

for i to n do _Li := collect( d/dt _Li - _Ri, diff ) = Qob[i] od;

```

Приведем
нек

ТОЛЬКО

$$\begin{aligned}
-L_1 := & \frac{1}{2} \left(\frac{d}{dt} J_9(t) \right) D(u_1)(q_1(t)) + \left(\frac{1}{2} J_1 D^{(2)}(u_1)(q_1(t)) + \frac{1}{2} J_2 D^{(2)}(u_1)(q_1(t)) \right. \\
& + \frac{1}{2} J_2 D^{(2)}(u_1)(q_1(t)) + \frac{1}{2} J_3 D^{(2)}(u_1)(q_1(t)) + \frac{1}{2} J_3 D^{(2)}(u_1)(q_1(t)) \\
& + \frac{1}{2} J_4 D^{(2)}(u_1)(q_1(t)) + \frac{1}{2} J_5 D^{(2)}(u_1)(q_1(t)) + \frac{1}{2} J_{15} D(u_5)(u_1(q_1(t)) + q_2(t) \\
& + q_3(t) + q_4(t) + q_5(t) + q_{12}(t) + q_{13}(t) + q_{14}(t)) D^{(2)}(u_1)(q_1(t)) \\
& + \frac{1}{2} J_{13} D^{(2)}(u_1)(q_1(t)) + \frac{1}{2} J_{16} D^{(2)}(u_5)(u_1(q_1(t)) + q_2(t) + q_3(t) + q_4(t) + q_5(t) \\
& + q_{12}(t) + q_{13}(t) + q_{14}(t)) D(u_1)(q_1(t))^2 + \frac{1}{2} J_{16} D(u_5)(u_1(q_1(t)) + q_2(t) + q_3(t) \\
& + q_4(t) + q_5(t) + q_{12}(t) + q_{13}(t) + q_{14}(t)) D^{(2)}(u_1)(q_1(t)) + \frac{1}{2} J_8 D^{(2)}(u_1)(q_1(t)) \\
& + \frac{1}{2} J_{12} D^{(2)}(u_1)(q_1(t)) + \frac{1}{2} J_9(t) D^{(2)}(u_1)(q_1(t)) + \frac{1}{2} J_{10} D^{(2)}(u_1)(q_1(t)) \\
& + \frac{1}{2} J_{11} D^{(2)}(u_1)(q_1(t)) + \frac{1}{2} J_6 D^{(2)}(u_1)(q_1(t)) + \frac{1}{2} J_{14} D^{(2)}(u_5)(u_1(q_1(t)) + q_2(t) \\
& + q_3(t) + q_4(t) + q_5(t) + q_{12}(t) + q_{13}(t) + q_{14}(t)) D(u_1)(q_1(t))^2 \\
& + \frac{1}{2} J_{14} D(u_5)(u_1(q_1(t)) + q_2(t) + q_3(t) + q_4(t) + q_5(t) + q_{12}(t) + q_{13}(t) \\
& + q_{14}(t)) D^{(2)}(u_1)(q_1(t)) + \frac{1}{2} J_{15} D^{(2)}(u_5)(u_1(q_1(t)) + q_2(t) + q_3(t) + q_4(t) + q_5(t) \\
& + q_{12}(t) + q_{13}(t) + q_{14}(t)) D(u_1)(q_1(t))^2 \left(\frac{d}{dt} q_1(t) \right) + \left(\frac{1}{2} J_{15} D^{(2)}(u_5)(u_1(q_1(t)) \right. \\
& \left. + q_2(t) + q_3(t) + q_4(t) + q_5(t) + q_{12}(t) + q_{13}(t) + q_{14}(t)) D(u_1)(q_1(t)) \right)
\end{aligned}$$

орые из уравнений:

от

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} J_{16} D^{(2)}(u_5)(u_1(q_1(t)) + q_2(t) + q_3(t) + q_4(t) + q_5(t) + q_{12}(t) + q_{13}(t) \\
& + q_{14}(t)) D(u_1)(q_1(t)) + \frac{1}{2} J_{14} D^{(2)}(u_5)(u_1(q_1(t)) + q_2(t) + q_3(t) + q_4(t) + q_5(t) \\
& + q_{12}(t) + q_{13}(t) + q_{14}(t)) D(u_1)(q_1(t)) \left(\frac{d}{dt} q_2(t) \right) + \left(\frac{1}{2} J_{15} D^{(2)}(u_5)(u_1(q_1(t)) \right. \\
& + q_2(t) + q_3(t) + q_4(t) + q_5(t) + q_{12}(t) + q_{13}(t) + q_{14}(t)) D(u_1)(q_1(t)) \\
& + \frac{1}{2} J_{16} D^{(2)}(u_5)(u_1(q_1(t)) + q_2(t) + q_3(t) + q_4(t) + q_5(t) + q_{12}(t) + q_{13}(t) \\
& + q_{14}(t)) D(u_1)(q_1(t)) + \frac{1}{2} J_{14} D^{(2)}(u_5)(u_1(q_1(t)) + q_2(t) + q_3(t) + q_4(t) + q_5(t) \\
& + q_{12}(t) + q_{13}(t) + q_{14}(t)) D(u_1)(q_1(t)) \left(\frac{d}{dt} q_3(t) \right) + \left(\frac{1}{2} J_{15} D^{(2)}(u_5)(u_1(q_1(t)) \right. \\
& + q_2(t) + q_3(t) + q_4(t) + q_5(t) + q_{12}(t) + q_{13}(t) + q_{14}(t)) D(u_1)(q_1(t)) \\
& + \frac{1}{2} J_{16} D^{(2)}(u_5)(u_1(q_1(t)) + q_2(t) + q_3(t) + q_4(t) + q_5(t) + q_{12}(t) + q_{13}(t) \\
& + q_{14}(t)) D(u_1)(q_1(t)) + \frac{1}{2} J_{14} D^{(2)}(u_5)(u_1(q_1(t)) + q_2(t) + q_3(t) + q_4(t) + q_5(t) \\
& + q_{12}(t) + q_{13}(t) + q_{14}(t)) D(u_1)(q_1(t)) \left(\frac{d}{dt} q_4(t) \right) + \left(\frac{1}{2} J_{15} D^{(2)}(u_5)(u_1(q_1(t)) \right. \\
& + q_2(t) + q_3(t) + q_4(t) + q_5(t) + q_{12}(t) + q_{13}(t) + q_{14}(t)) D(u_1)(q_1(t)) \\
& + \frac{1}{2} J_{16} D^{(2)}(u_5)(u_1(q_1(t)) + q_2(t) + q_3(t) + q_4(t) + q_5(t) + q_{12}(t) + q_{13}(t) \\
& + q_{14}(t)) D(u_1)(q_1(t)) + \frac{1}{2} J_{14} D^{(2)}(u_5)(u_1(q_1(t)) + q_2(t) + q_3(t) + q_4(t) + q_5(t) \\
& + q_{12}(t) + q_{13}(t) + q_{14}(t)) D(u_1)(q_1(t)) \left(\frac{d}{dt} q_5(t) \right) + \left(\frac{1}{2} J_{15} D^{(2)}(u_5)(u_1(q_1(t)) \right. \\
& + q_2(t) + q_3(t) + q_4(t) + q_5(t) + q_{12}(t) + q_{13}(t) + q_{14}(t)) D(u_1)(q_1(t))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} J_{16} D^{(2)}(u_5) (u_1(q_1(t)) + q_2(t) + q_3(t) + q_4(t) + q_5(t) + q_{12}(t) + q_{13}(t) \\
& + q_{14}(t)) D(u_1)(q_1(t)) + \frac{1}{2} J_{14} D^{(2)}(u_5) (u_1(q_1(t)) + q_2(t) + q_3(t) + q_4(t) + q_5(t) \\
& + q_{12}(t) + q_{13}(t) + q_{14}(t)) D(u_1)(q_1(t)) \left(\frac{d}{dt} q_{12}(t) \right) + \left(\frac{1}{2} J_{15} D^{(2)}(u_5) (u_1(q_1(t)) \right. \\
& + q_2(t) + q_3(t) + q_4(t) + q_5(t) + q_{12}(t) + q_{13}(t) + q_{14}(t)) D(u_1)(q_1(t)) \\
& + \frac{1}{2} J_{16} D^{(2)}(u_5) (u_1(q_1(t)) + q_2(t) + q_3(t) + q_4(t) + q_5(t) + q_{12}(t) + q_{13}(t) \\
& + q_{14}(t)) D(u_1)(q_1(t)) + \frac{1}{2} J_{14} D^{(2)}(u_5) (u_1(q_1(t)) + q_2(t) + q_3(t) + q_4(t) + q_5(t) \\
& + q_{12}(t) + q_{13}(t) + q_{14}(t)) D(u_1)(q_1(t)) \left(\frac{d}{dt} q_{13}(t) \right) + \left(\frac{1}{2} J_{15} D^{(2)}(u_5) (u_1(q_1(t)) \right. \\
& + q_2(t) + q_3(t) + q_4(t) + q_5(t) + q_{12}(t) + q_{13}(t) + q_{14}(t)) D(u_1)(q_1(t)) \\
& + \frac{1}{2} J_{16} D^{(2)}(u_5) (u_1(q_1(t)) + q_2(t) + q_3(t) + q_4(t) + q_5(t) + q_{12}(t) + q_{13}(t) \\
& + q_{14}(t)) D(u_1)(q_1(t)) + \frac{1}{2} J_{14} D^{(2)}(u_5) (u_1(q_1(t)) + q_2(t) + q_3(t) + q_4(t) + q_5(t) \\
& + q_{12}(t) + q_{13}(t) + q_{14}(t)) D(u_1)(q_1(t)) \left(\frac{d}{dt} q_{14}(t) \right) - R_1 = M0 \\
& -L_6 := \frac{1}{2} \frac{d}{dt} J_9(t) + c_{k7} q_6(t) = 0 \\
& \quad -L_7 := c_{k8} q_7(t) = 0 \\
& -L_8 := \frac{1}{2} \frac{d}{dt} J_9(t) + c_{k9} q_8(t) = 0 \\
& \quad -L_9 := c_{10} q_9(t) = 0 \\
& \quad -L_{10} := c_{kl1} q_{10}(t) = 0 \\
& \quad -L_{11} := c_{kl2} q_{11}(t) = 0
\end{aligned}$$

В связи с большим количеством обобщенных координат, полученная система уравнений получается громоздкой. Однако это не представляет проблемы для используемой программы – Maple позволяет решать системы с большим количеством неизвестных, при этом гарантируя корректность полученных уравнений и точность дальнейшего решения.

Литература:

- 1 Вульфсон И.И. Динамические расчеты цикловых механизмов. – Л.: Машиностроение, 1976. - 328 с.
- 2 Джомартов А.А., Уалиев Г. Моделирование динамики ткацкого станка СТБ на Simulationx
- 3 Дракунов Ю.М. Динамический синтез плоских и пространственных механизмов. Дисс. докт. технических наук. 2010. 310с.
- 4 Дьяконов В.П. Maple 8 в математике, физике и образовании. М. СОЛОН-Пресс, 2003, 656с.

- 5 Труды международной научно-технической конференции «Современные проблемы механики, строительства и машиностроения», Павлодар, 2006г., т.2, с. 23-29
- 6 Уалиев Г.У, Джомартов А.А.. Динамика механизмов ткацких станков-автоматов СТБ. Алматы: Тауар, 2003. - 377 с.