

ОЦЕНКА НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ВНЕЦЕНТРЕННО СЖАТЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОЛОНН

В данной статье рассматривается один из методов расчета гибкого вне центрально сжатого элемента по предельным состояниям. Приведен алгоритм нахождения предельной несущей способности элемента и коэффициента армирования железобетонного стержня. Рассмотрено задача определения обеспеченности несущей способности железобетонного сжатого стержня прямоугольного поперечного сечения, запроектированного по действующим нормам.

Ключевые слова: железобетонные конструкции, гистограммы, арматура.

EVALUATION OF CARRYING CAPACITY ECCENTRIC COMPRESSION REINFORCED CONCRETE COLUMNS

This article discusses one method of calculating the flexible element is compressed limit state. An algorithm for finding the ultimate load cell capacity and the coefficient of reinforced concrete core. Consider the problem of determining the availability of the bearing capacity of reinforced concrete rectangular poperechnogo compressed rod section, projected by current regulations.

Keywords: reinforced concrete structures, bar fittings.

При решении задачи будем руководствоваться расчетными формулами, принимаемыми по действующим нормам проектирования железобетонных конструкций [1]. При этом отказом считается невыполнение требования по прочности с привлечением метода статистических испытаний. С учетом затрат машинного времени принимаем количество реализаций случайных величин на каждом шаге метода статистических испытаний равным $n=1000$. По результатам вычислений строятся гистограммы функций распределения несущей способности и резерва прочности. Указанные гистограммы строятся на интервале, равном 10-ти стандартам S_g , причем правая и левая границы интервала лежат на расстоянии 5-ти стандартов вправо и влево от математического ожидания g .

Считаем, что решению подлежат следующие задачи:

- определение обеспеченности несущей способности железобетонного внецентренно-сжатого стержня прямоугольного поперечного сечения, запроектированного по действующим нормам;
- определение величины несущей способности с заданной обеспеченностью;
- определение процента армирования для заданной обеспеченности несущей способности;
- определение внешней нагрузки при заданной вероятности отказа;
- определение процента армирования при заданной вероятности отказа.

При выполнении детерминированного расчета использовалась зависимость между напряжением в растянутой арматуре и относительной высотой сжатой зоны бетона в соответствии [1]. Расчет сечений, нормальных к продольной оси железобетонного стержня, при действии внешней силы в плоскости оси симметрии сечения осуществляем в зависимости от соотношения между величиной относительной высоты сжатой зоны бетона $\xi = x/h_0$ (рис. 5.1) и граничным значениям относительной высоты сжатой зоны ξ_R . При этом арматура сосредоточена у перпендикулярных к плоскости симметрии граням элемента.

$$\text{Имеем } N \cdot e \leq R_b b x (h_0 - 0,5x) + R_{sc} \cdot A'_s (h_0 - a') \quad (1)$$

где обозначено: $e = e_0 \cdot \eta + \frac{h}{2} - a$, R_b - расчетное сопротивление бетона сжатию, R_{sc} - расчетное сопротивление арматуры сжатию; A'_s - площадь поперечного сечения сжатой или наименее растянутой арматуры; η - коэффициент продольного изгиба.

Высота сжатой зоны удовлетворяет условиям

$$\xi = x/h_0 \leq \xi_R; \quad N = R_b x b + R_{sc} A'_s - R_s A_s;$$

$$\xi = x/h_0 \geq \xi_R; \quad N = R_b x b + R_{sc} A'_s - \sigma_s A_s. \quad (2)$$

где R_s - расчетное сопротивление арматуры растяжению; A_s - площадь поперечного сечения растянутой арматуры; σ_s - напряжение в растянутой или наименее сжатой арматуре.

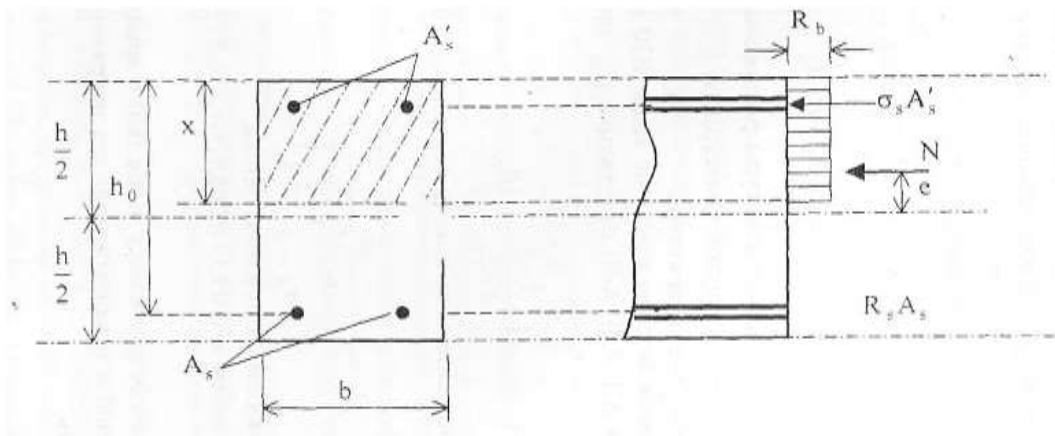


Рис.1. Расчетная схема сечения железобетонного элемента

При использовании бетонов класса не выше В30 и не напрягаемой арматуры классов А-I, А-II, А-III напряжение σ_s определяется по формуле

$$\sigma_s = \left[2 \frac{1-\xi}{1-\xi_R} - 1 \right] R_s \quad (3)$$

где ξ_R - граничная относительная высота сжатой зоны бетона, вычисляемая так

$$\xi_R = \frac{\omega}{1 + \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_{scu}} (1 - \frac{\omega}{1.1})} \quad (4)$$

причем ω - характеристика сжатой зоны бетона.

Согласно [1] имеем $\omega = 0.85 - 0.008 R_b$; $\sigma_{sr} = R_s$; $\sigma_{scu} = 500 \text{ МПа}$.

Для элементов из бетона класса выше В30 с арматурой классов выше А-III (напрягаемой и ненапрягаемой) для напряжения σ_s рекомендуемая зависимость

$$\sigma_s = \sigma_{sr} + \sigma_{scu} \left(\frac{\omega}{1.1} - 1 \right) \left(1 - \frac{\omega}{1.1} \right) \quad (5)$$

Гибкий внецентренносжатый элемент под влиянием момента прогибается, вследствие чего начальный эксцентриситет e_0 - предельной силы N увеличивается. При этом изгибающий момент возрастает и разрушение наступает при меньшей продольной силе N сравнительно с коротким (негибким) элементом.

Нормами [1] рекомендуется расчет таких элементов выполнять по деформированной схеме. Допускается гибкие внецентренно сжатые элементы при гибкости $\frac{l_0}{i} > 14$ рассчитывать с учетом эксцентриситета, получаемого умножением начального его значения e_0 на коэффициент $\eta > 1$.

Величина коэффициента η устанавливается по зависимости

$$\eta = \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{cr}}} \quad (6)$$

где выражение для критической силы N_{cr} при прямоугольном сечении с симметричным армированием $A_s = A'_s$ (без предварительного натяжения) имеет вид

$$N_{cr} = \frac{6,4E_b}{l_0^2} \left[\frac{h^2}{\varphi_1} \left(\frac{0,11}{0,1+\delta} + 0,1 \right) + \alpha\mu_1 \left(\frac{h-a}{2a} \right)^2 \right]. \quad (7)$$

Здесь E_b - начальный модуль упругости бетона; $A = bh$ - площадь поперечного сечения стойки; l_0 - расчетная длина стойки; r - радиус инерции сечения ($r = 0,289h$ для прямоугольного сечения); φ_1 - коэффициент, учитывающий влияние длительного действия нагрузки на прогиб элемента в предельном состоянии (для тяжелого бетона $\varphi_1 = 1 + \frac{M_{1,1}}{M_1}$, где $M_{1,1}$ и M_1 - моменты соответственно от длительной и полной нагрузок относительно оси, проходящей через центр тяжести наименее сжатой (растянутой) арматуры); δ - принимается наибольшим из двух значений:

$\delta = \frac{e_0}{h}$ и $\delta = 0,5 - 0,011l_0$; $\alpha = \frac{E_s}{E_b}$ - отношение модулей упругости арматуры и бетона; $\mu_1 = 2A_s/A$ - коэффициент армирования.

Для нахождения предельной несущей способности можно предложить следующий алгоритм решений. Предполагаем, что $\xi \leq \xi_R$, а предельная несущая способность N^* тогда определится из совместного решения уравнений (1) и (2). Далее проверяется условие $\xi \leq \xi_R$. Если оно нарушается, то предельная несущая способность N^* устанавливаются при условии $\xi \leq \xi_R$.

При анализе надежности внецентренно сжатого элемента средние значения расчетного сопротивления бетона \bar{R}_b и среднее квадратичное отклонение S_{R_b} призмочной прочности бетона равны

$$\bar{R}_b = \frac{R_b^H}{1,07(1-\vartheta_b)}; \quad S_{R_b} = \bar{R}_b \vartheta_b \quad (8)$$

При вычислении средних значений и среднее квадратичных отклонений арматуры рекомендуется [1] использовать соотношения

$$\bar{R}_s = \frac{R_s^H}{1-1,64\vartheta_s}; \quad S_{R_s} = \bar{R}_s \vartheta_s \quad (9)$$

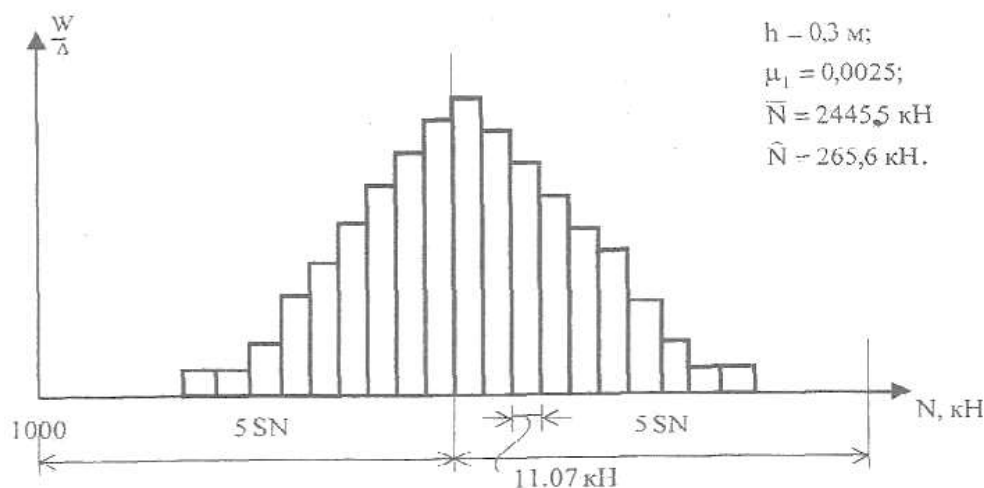


Рис.2. Гистограмма относительных частот функций распределение несущей способности железобетонного стержня, отнесенных к числу интервалов разбиение

Рассмотрим теперь задачу определения обеспеченности несущей способности железобетонного сжатого стержня прямоугольного поперечного сечения, запроектированного по действующим нормам [1]. Определим величину предельной несущей способности из совместного рассмотрения соотношений (2), (3), (4), (6), (7) и замененного на знак равенства (1)

$$\bar{N}e = R_b bx(h_0 - 0,5x) + R_{sc} A'_s (h_0 - a') \quad (10)$$

В формуле (7) положим $\varphi_1 = 1$, т.е. предположим отсутствие длительно действующих нагрузок. Кроме этого, примем случайный эксцентриситет приложения продольной силы равным минимально допустимому значению $e_0 = 1$ см. Проведем вероятностный расчет данного стержня методом статистических испытаний и определим величину обеспеченности несущей способности. В качестве случайных величин принимаем прочность бетона \bar{R}_b , прочность арматуры \bar{R}_s и эксцентриситет приложения продольной силы \tilde{e}_0 . За отказ принимаем невыполнение основного расчетного положения

$$N_{\text{СНиП}} = \tilde{N}_{\text{вер}} \quad (11)$$

где $N_{\text{СНиП}}$ - несущая способность, полученная расчетным путем; $\tilde{N}_{\text{вер}}$ - случайная несущая способность.

Значение $\tilde{N}_{\text{вер}}$ получается из совместного рассмотрения записанных уравнений. Полученную в результате вероятностного расчета частоту отказов ν примем в качестве оценки вероятности отказа конструкции P_f . Тогда обеспеченность несущей способности P_f будет равна

$$P_f = 1 - P_s \quad (12)$$

Пример. Рассмотрим задачу определения обеспеченности несущей способности шарнирно опертого железобетонного стержня, запроектированного по нормам [1]. Стержень имеет квадратное сечение $h=d=30$ см. (рис.1). Длину стержня принимаем равной $l=4,8$ м; коэффициент армирования $\mu = 0,025$. Расчет, произведенный по СНиП [1] дает значение предельной несущей способности $N_{\text{СНиП}} = 1718,25$ кН.

Произведем теперь вероятностный расчет и определим частоту отказов в соответствии выбранному критерию отказа.

Для случайного сопротивления бетона и арматуры принимаем нормальный закон со следующими параметрами распределения:

- для арматуры класса А-III $\bar{R}_s = 466,5$ МПа, $S_{R_s} = 45,7$ МПа;
- для класса бетона по прочности на сжатие В20 $\bar{R}_b = 19,2$ МПа, $S_{R_b} = 2,59$ МПа.

Случайный эксцентриситет также принимаем распределенным по нормальному закону. Математическое ожидание эксцентриситета принимаем равным $e_0 = 0$. В [2] приводятся статистические данные по наблюдаемым значениям относительных эксцентриситетов $S_{e_{\text{отн}}} = 0,34$. Относительный эксцентриситет равен $e_{\text{отн}} = e_0 / \rho$ (ρ - ядровое расстояние сечения). Стандарт случайного эксцентриситета можно определить как $S_{e_0} = S_{e_{\text{отн}}} \rho$.

Количество испытаний принимаем равным 10000. Вычисленная частота отказов составляет $\nu = 0,0042$. Таким образом, обеспеченность несущей способности запроектированного по нормам железобетонного каркаса составляет $P_f = 1 - 0,0042 = 0,9958$.

На рис. 2 приведена гистограмма относительных частот функции распределения несущей способности рассматриваемого стержня. Приведен порядок расчета по определению требуемого значения несущей способности N^* стержня при заданной обеспеченности $P_{\text{зад}}$.

Основное вероятностное расчетное условие

$$N^* \leq \tilde{N} \quad (13)$$

В качестве критерия отказа принимаем невыполнение условия (13). Методом статистических испытаний устанавливается частота отказов ν . Принимаем частоту отказов ν равной вероятности отказа P_1 , и находим обеспеченность несущей способности $P_f = 1 - P_s$. Сравниваем полученное значение P_f с $P_{\text{зад}}$. Изменяем N^* и методом итераций добиваемся выполнения условия $P_f = P_{\text{зад}}$. Полученное таким образом значение N^* и является искомой величиной несущей способности при заданной обеспеченности $P_{\text{зад}}$.

Рассмотрим пример определения величины несущей способности стержня заданной обеспеченности. Все исходные данные отвечают предыдущему примеру. В результате расчета

получено, что для рассматриваемого стержня обеспеченность $P_{зад} = 0.9999$ соответствует несущая способность $N^* = 1540$ кН.

Используя приведенный выше алгоритм, можно решить обратную задачу - для заданной несущей способности $N_{зад}$ определяется ее обеспеченность P_f^* . Для этого последовательно следует задать значения $N_{зад}$ и каждый раз находить соответствующую этой несущей способности обеспеченность. В табл. 1. приведены результаты расчетов для принятого к рассмотрению стержня.

На рис.3 а и б данные табл.1 проиллюстрированы графически.

Из графиков видно, что при увеличении несущей способности в 1.4 раза ее обеспеченность снижается с 0.995 до 0.9.

Таблица 1

Значение обеспеченности в зависимости от заданной несущей способности

Несущая способность $N_{зад}$ кН	Обеспеченность несущей способности P_f^*	Несущая способность $N_{зад}$ кН	Обеспеченность несущей способности P_f^*
1550	0,9999	1850	0,9844
1600	0,9993	12900	0,9774
1650	0,9986	1950	0,9661
1700	0,9959	2000	0,9496
1750	0,9943	2500	0,4364
1800	0,9909	3000	0,0135

Приведен алгоритм решения задачи по определению коэффициента армирования железобетонного стержня μ_1 соответствующего заданной обеспеченности несущей способности $P_{зад}$. Значение самой несущей способности остается постоянным. В качестве критерия отказа принимаем невыполнение условия (13).

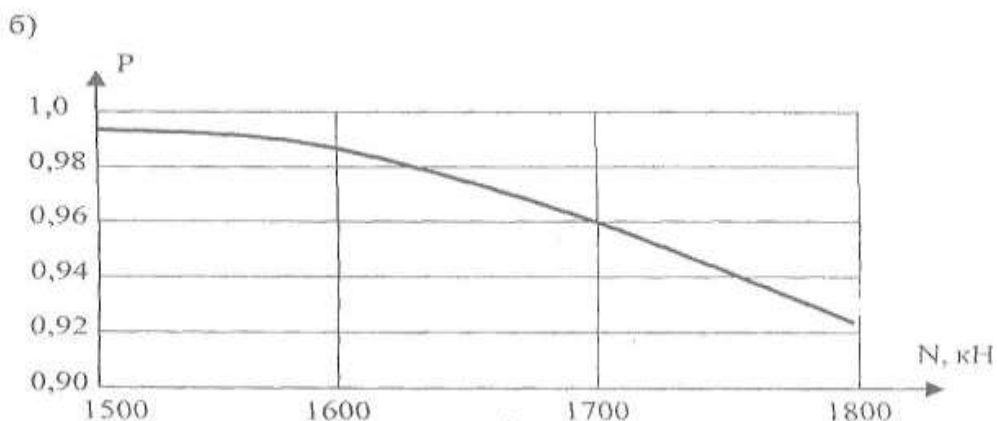
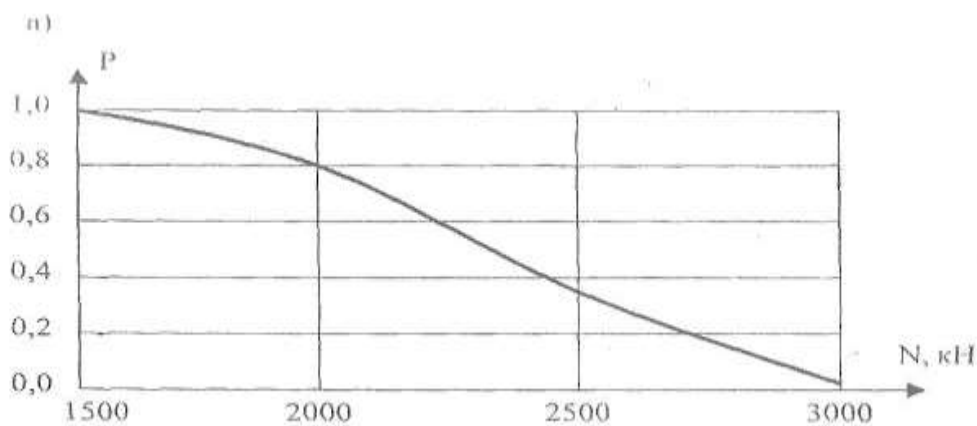


Рис.3. Зависимость обеспеченности несущей способности P от величины несущей способности N : а) общий график; б) значения, близкие к 1.

1. Задаемся коэффициентом армирования $\mu_1 = 2A_s/bh$.
2. Методом статических испытаний определяем частоту отказов ν .
3. Принимаем $\nu = P_s$.
4. Определяем обеспеченность несущей способности $P_f = 1 - P_s$.
5. Сравниваем полученное значение P_f с $P_{зад}$;

При расхождении изменяем значение μ_1 , возвращаемся к п.2 и методом итераций продолжаем расчет до выполнения условия $P_f = P_{зад}$.

Найденное значение μ_1 является искомой величиной коэффициента армирования, соответствующее заданной обеспеченности $P_{зад}$.

Приведем численный пример. Для принятого стержня при несущей способности $N = 1718.25 \text{ кН}$ обеспеченность $P_{зад} = 0.95$ соответствует коэффициенту армирования $\mu_1 = 0.017$. Используя приведенный алгоритм решим обратную задачу: для заданного коэффициента армирования μ_1 определим обеспеченность P_f несущей способности $N = 1718.25 \text{ кН}$. Результаты расчета приведены в таблице 2 и графически представлены на рис.4. а, б.

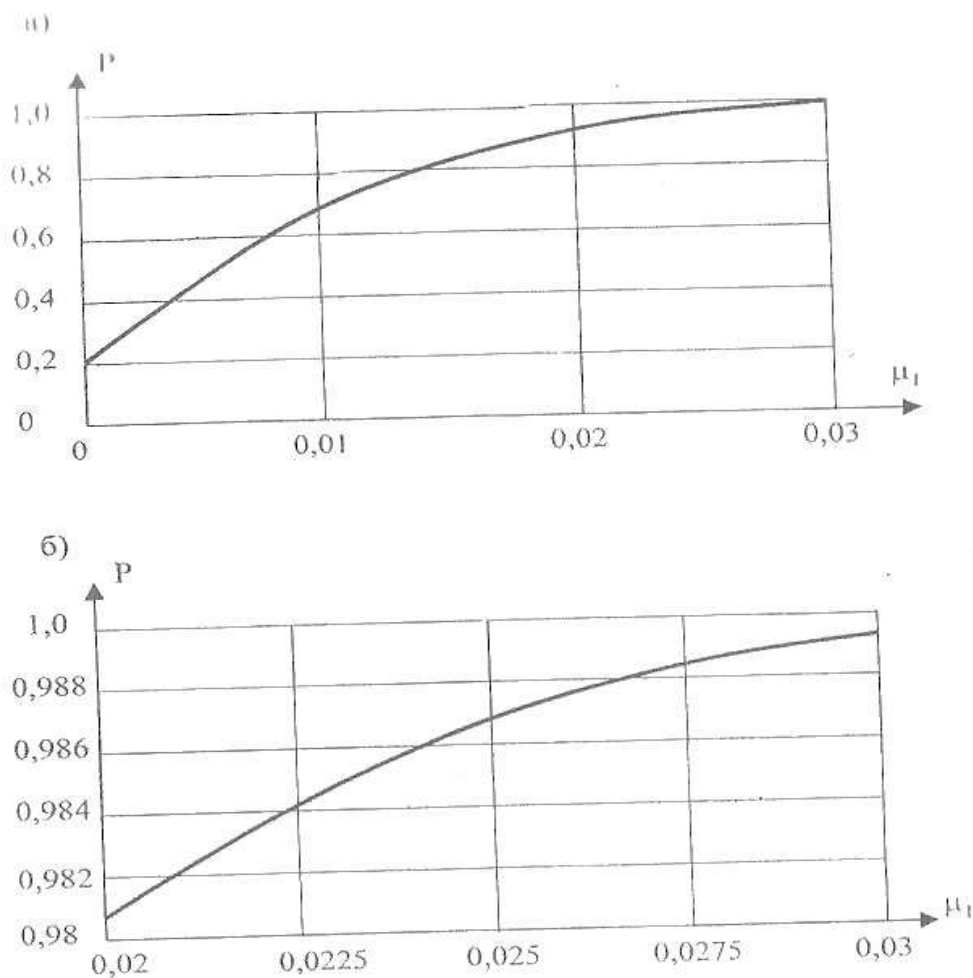


Рис.4. График зависимости обеспеченности несущей способности $N=1718,25 \text{ кН}$ от коэффициента армирования μ_1

Значение обеспеченности несущей способности при заданном коэффициенте армирования

Коэффициент армирования μ_1	Обеспеченность несущей способности P_f^*	Коэффициент армирования μ_1	Обеспеченность несущей способности P_f^*
0,030	0,9993	0,010	0,7463
0,025	0,9958	0,005	0,4121
0,020	0,9819	0,001	0,1590
0,015	0,9228	0,000001	0,1156

Анализ полученных результатов показывает, что при коэффициенте армирования $\mu_1 = 0$ обеспеченность несущей способности становится равной 0.115. Это означает наличие вклада, вносимого бетоном в несущую способность.

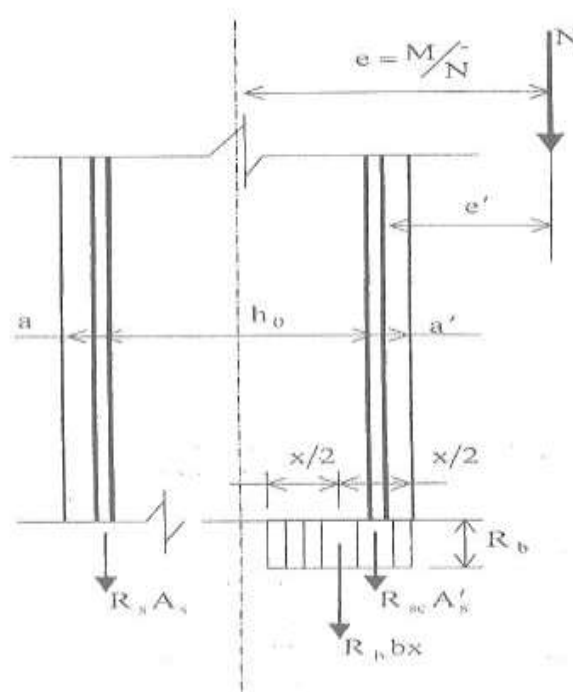


Рис.5. Расчетная схема внецентренного сжатого элемента

Серьезным недостатком применяемого при расчете конструкций метода предельных состояний следует считать невозможность оценки надежности конструкций и, тем более, проектирования их с заданным уровнем надежности. Основным требованием указанного метода, как известно, является сравнение расчетных значений нагрузки и несущей способности. Иными словами, задача вероятности безотказной работы конструкции за заданный промежуток времени остается вне рассмотрения.

Литература

1. СНиП 2.03.01-84. Бетонные и железобетонные конструкции.
2. ENV 1991.-1: Eurocode 1: Basis of design and actions on structures.- Part 2.1: Densities, self-weight and imposed loads, CEN 1994. 36 p.
3. Прочность и деформация бетона при различных скоростях нагружения //А.В.Яшин// Воздействия статических, динамических и многократно повторяющихся нагрузок на

- бетон и элементы железобетонных конструкций.-М:Госстройиздат,1972.-с.23-29.
4. СНиП 2.01.07-85. Бетонные и железобетонные конструкции/Госстрой СССР.- М.:ЦИТП Госстроя СССР,1986.-36с.
-