

ЧИСЛЕННАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ЗАДАЧИ ОБ ИЗГИБЕ БЕСКОНЕЧНОЙ ПЛИТЫ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ ПРОДОЛЬНЫХ СЖИМАЮЩИХ УСИЛИЙ В ДВУХ НАПРАВЛЕНИЯХ ПО ОСЯМ X И Y И НЕПОЛНОГО КОНТАКТА С ОСНОВАНИЕМ

В статье приведены результаты численной реализации задачи об изгибе бесконечной плиты на упругом основании с учетом влияния продольных сжимающих усилий в двух направлениях по осям x и y и неполного контакта с основанием. Приведен анализ результатов.

Ключевые слова: плиты, цилиндрическая жесткость плиты, коэффициент.

NUMERICAL REALIZATION OF BENDING PROBLEM FOR AN INFINITE PLATE ON AN ELASTIC FOUNDATION WITH THE INFLUENCE OF LONGITUDINAL COMPRESSIVE FORCE OF THE TWO DIRECTIONS OF THE X AND Y AND INCOMPLETE CONTACT WITH THE BASE

The results of numerical realization of the problem of izgibebeskonечноy plate on elastic foundation with the influence of the longitudinal compressive forces in the two directions x and y , and incomplete contact with the ground.

Keywords: plate, cylindrical slab stiffness coefficient.

В работе [6] разработан алгоритм расчета бесконечной плиты, лежащей на винклеровском упругом основании с учетом влияния продольных усилий, приложенных в срединной плоскости плиты и неполного контакта плиты с основанием.

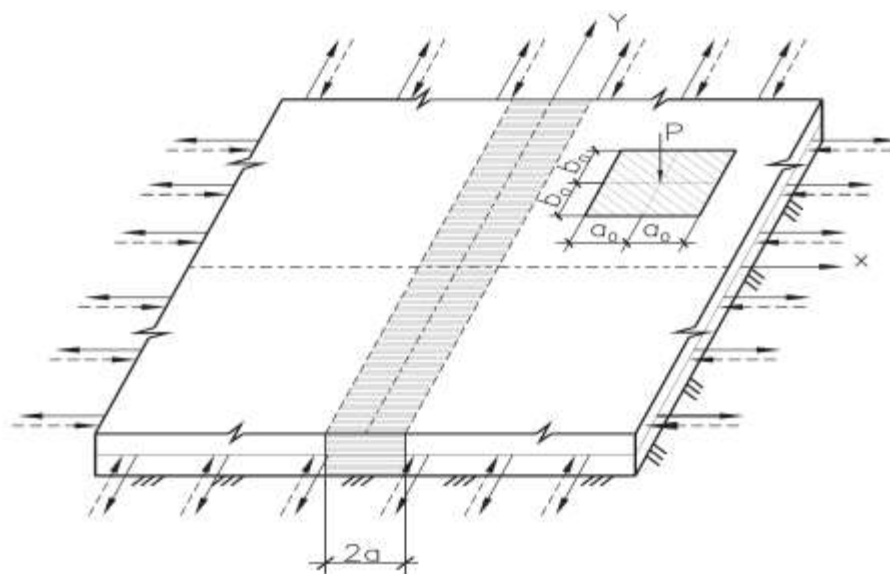


Рис.1. Бесконечная плита, лежащая на винклеровском упругом основании с учетом влияния продольных усилий и неполного контакта с основанием.

В этом случае прогибы плиты $\omega(x, y)$ определяются из решения дифференциального уравнения вида [1,2,3]:

$$D\nabla\nabla\omega(x, y) + \kappa\theta(x-a)\omega(x, y) - N_x \frac{d^2\omega(x, y)}{dx^2} - N_y \frac{d^2\omega(x, y)}{dy^2} - 2N_{xy} \frac{d^2\omega(x, y)}{dxdy} = q_0(x, y) \quad (1)$$

Здесь D – цилиндрическая жесткость плиты;

K – коэффициент постели основания;

$\Theta(a)$ – функция Хевисайда, введение которой позволяет учесть отсутствие основания под частью плиты;

$2a$ – ширина траншеи (неполного контакта с основанием) в основании;

$$\nabla = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad \text{– оператор Лапласа;}$$

N_x, N_y – интенсивность растягивающих (сжимающих) усилий вдоль осей x и y , считаются положительными в случае растяжения;

N_{xy} – интенсивность косательных усилий в срединной плоскости;

В дальнейшем в связи с малой интенсивностью косательных усилий, приложенных в срединной плоскости, не снижая общности задачи, положим $N_{xy}=0$.

Перейдя к безразмерным координатам $x_l = xl^{-1}$; $y_l = yl^{-1}$; $a_l = al^{-1}$; $q_l(x, y) = q(x, y)k^{-1}$; $l = \frac{D^{1/4}}{k^{1/4}}$, получим, опуская индекс 1, следующее уравнение относительно прогиба плиты:

$$\left[\nabla\nabla + \theta(x-a) - 2\alpha_1 \frac{\partial^2}{\partial x^2} - 2\alpha_2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] \omega(x, y) = q_0(x, y) \quad (2)$$

Где

$$\nabla = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}; \quad \nabla = \xi^2 + \eta^2;$$

$$2\alpha_1 = \frac{N_x l^2}{D}; \quad 2\alpha_2 = \frac{N_y l^2}{D};$$

$\omega(x, y)$ – функция прогиба;

$q(x, y)$ – заданная нагрузка

Применив к выражению (2) обратное двумерное cos–преобразование Фурье, получим [4,5]:

$$\omega(x, y) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\cos \xi x \cdot \cos \eta y}{\left[(\xi^2 + \eta^2)^2 - 2\alpha_1 \xi^2 - 2\alpha_2 \eta^2 + 1 \right]} \times \frac{2}{\pi} \int_0^a \omega(t, \eta) \cos \xi t \cdot \cos \eta y \cdot dt \cdot d\xi \cdot d\eta = \omega_\infty(x, y) \quad (3)$$

Продифференцировав, выражение прогибов (3), получим выражения изгибающих моментов и приведенных поперечных сил:(4)

Результаты расчета приведены на рис.2 и табл.2

Таблица.1

Результаты расчета изгиба бесконечной плиты на упругом основании с учетом влияния продольных усилий и неполного контакта с основанием.

Значения прогибов $\omega(x,y)$ в бесконечной плите								
ω_z	x_1	x_2/x	0.0000	0.1000	0.2000	0.3000	0.4000	0.5000
a00	0.0	0.0	0.1249	0.1236	0.1206	0.1166	0.1119	0.1068
a01	0.0	0.1	0.1329	0.1314	0.1283	0.1241	0.1192	0.1138
a02	0.0	0.2	0.1400	0.1385	0.1353	0.1309	0.1258	0.1202
a03	0.0	0.3	0.1477	0.1462	0.1429	0.1384	0.1331	0.1272
a04	0.0	0.4	0.1562	0.1546	0.1512	0.1466	0.1411	0.1350
a05	0.0	0.5	0.1653	0.1637	0.1602	0.1555	0.1498	0.1434
a06	0.0	0.6	0.1751	0.1735	0.1699	0.1650	0.1591	0.1525
ω_z	x_1	x_2/x	0.5000	0.6000	0.7000	0.8000	0.9000	1.0000
a00	0.0	0.0	0.1068	0.1014	0.0958	0.0901	0.0844	0.0787
a01	0.0	0.1	0.1138	0.1081	0.1022	0.0961	0.0901	0.0841
a02	0.0	0.2	0.1202	0.1142	0.1080	0.1016	0.0953	0.0889
a03	0.0	0.3	0.1272	0.1209	0.1144	0.1078	0.1011	0.0944
a04	0.0	0.4	0.1350	0.1284	0.1215	0.1145	0.1075	0.1005
a05	0.0	0.5	0.1434	0.1366	0.1294	0.1220	0.1146	0.1072
a06	0.0	0.6	0.1525	0.1454	0.1379	0.1302	0.1224	0.1146

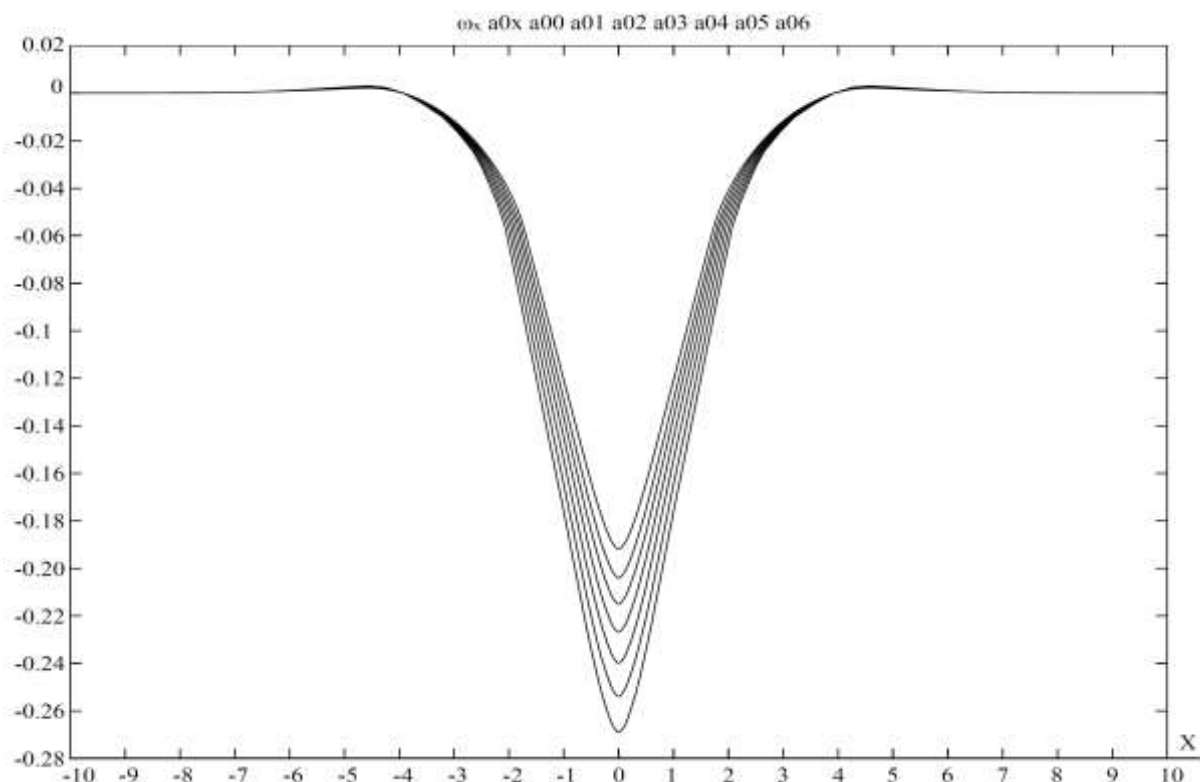


Рис.2. Эпюры прогибов $\omega(x,y)$ в бесконечной плите на упругом основании с учетом сжимающих усилий в двух направлениях по осям x и y и неполного контакта с основанием в виде траншеи, расположенной в центральной зоне плиты при $x_1 = 0$ и $x_2 = 0 \div 0.6$.

Таблица.2

Результаты расчета изгиба бесконечной плиты на упругом основании с учетом влияния продольных сжимающих усилий в двух направлениях по осям x и y и неполного контакта с основанием.

Значения прогибов $\omega(x,y)$ в бесконечной плите								
ω_z	x_1	x_2/x	0.0000	0.1000	0.2000	0.3000	0.4000	0.5000
a00	0.0	0.0	0.1918	0.1898	0.1852	0.1791	0.1719	0.1641
a01	0.0	0.1	0.2041	0.2018	0.1970	0.1906	0.1831	0.1749
a02	0.0	0.2	0.2150	0.2127	0.2077	0.2010	0.1932	0.1847
a03	0.0	0.3	0.2268	0.2245	0.2194	0.2125	0.2044	0.1955
a04	0.0	0.4	0.2399	0.2374	0.2321	0.2251	0.2167	0.2075
a05	0.0	0.5	0.2539	0.2514	0.2459	0.2388	0.2301	0.2204
a06	0.0	0.6	0.2690	0.2665	0.2608	0.2534	0.2444	0.2344
ω_z	x_1	x_2/x	0.5000	0.6000	0.7000	0.8000	0.9000	1.0000
a00	0.0	0.0	0.1641	0.1558	0.1472	0.1384	0.1296	0.1208
a01	0.0	0.1	0.1749	0.1661	0.1570	0.1476	0.1384	0.1291
a02	0.0	0.2	0.1847	0.1755	0.1659	0.1560	0.1464	0.1365
a03	0.0	0.3	0.1955	0.1858	0.1757	0.1655	0.1553	0.1449
a04	0.0	0.4	0.2075	0.1973	0.1866	0.1758	0.1651	0.1543
a05	0.0	0.5	0.2204	0.2099	0.1987	0.1873	0.1760	0.1646
a06	0.0	0.6	0.2344	0.2234	0.2118	0.1999	0.1880	0.1760

Выводы:

Анализ результатов расчета показывает, что в бесконечной плите на упругом основании с учетом влияния продольных сжимающих усилий в двух направлениях по осям x и y и неполного контакта с основанием в виде траншеи, расположенной в центральной зоне плиты (рис.1), с увеличением ширины траншеи $2a$, прогибы увеличиваются если при полном контакте с основанием наибольший безразмерный прогиб в центре плиты под единичной силой равен 0.1918, то при $2a=1.2$ он достигает безразмерной величины 0.2690 (рис.2), т.е. в 1.4 раза больше. Учет сжимающих продольных усилий в двух направлениях по осям x и y позволяет уменьшить величину прогибов в 1.3 раза (при учете только неполного контакта без учета растягивающих продольных усилий прогиб равен 0.1751, а при учете их 0.1918).

Литература

1. Маруфий А.Т. Расчёт плит на упругом при отсутствии основания под частью плиты // Научный журнал “Основаия, фундаменты и механика грунтов.”– М.: 1999; №4.– с.27-31.
 2. Маруфий А.Т., Травуш В.И. Изгиб бесконечной плиты на упругом основании с неполным контактом с основанием // Научный вестник ФерГУ, 1995; №1-2.– с.71-77.
 3. Маруфий А.Т., Турганбаев А.Т. Изгиб полубесконечной плиты , лежащей на упругом основании Винклера, с учетом влияния продольных усилий. Научный вестник ФерГУ, 1996, №1, – с.70-73.
 4. Травуш В.И. Об одном методе решения задач изгиба конструкций, лежащих на винклеровском основании. Сб.трудов “Вопросы архитектуры и строительства зданий для зрелищ, спорта и учреждений культуры ”, М.,1976, №4, – с.83-89.
 5. Градштейн И.С., Рыжик И.И. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений – М.: Физматгиз, 1962.– 1108с.
 6. Маруфий А.Т., Рысбекова Э.С. Изгиб бесконечной плиты, на Винклеровском упругом основании с учетом влияния продольных усилий и неполного контакта с основанием. Кыргызпатент, свидетельство № 2694, Бишкек, 2015.
-