

## **ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ УПРАВЛЕНИЯ ПЕРЕНОСА И ДИФФУЗИИ ЗАГРЯЗНЯЮЩИХ ПРИМЕСЕЙ**

*Экономико-математическая модель управления используется для описания процессов распространения в численной модели. Это позволяет получить оценки уровня загрязнения в точке рассматриваемого региона, которые в дальнейшем могут быть использованы для формирования критерии качества воздушного бассейна.*

*Ключевые слова: загрязняющие примеси, диффузия, природоохранные мероприятия, окружающая среда.*

## **NUMERICAL SOLUTION OF THE CONTROL TRANSFER AND DIFFUSION OF CONTAMINANTS**

*Economic-mathematical model of governance is used to describe the propagation process in the numerical model. this allows you to assess the level of contamination at the point of the region, which can then be used to form the air basin quality criteria.*

*Keywords: impurities, diffusion, environmental protection measures, the environment.*

Проблемы охраны и управления качеством окружающей Среды порождает широкий класс задач, связанных с поиском оптимальных решений при подготовке народнохозяйственных проектов, осуществление которых сопряжено с воздействием на природную среду, а также при планировании природоохранных мероприятий, требующих управления выбросами действующих промышленных объектов с учетом особенностей гидрометеорологического режима и ограничений санитарного и социально-экономического характера.

В связи с этим в практике хозяйствования особое значение приобретают методы улучшения качества окружающей среды. Выбор управлений, наиболее эффективных с точки зрения «природоохранных» и «производственных» критериев, является непростой задачей, решение которой вряд ли возможно без применения метода экономико-эколого-математического моделирования на ЭВМ.

В настоящее время имеются несколько типов моделей, отражающих те или иные аспекты взаимодействия общества и Среды с учетом загрязнения окружающей Среды и его социально-экономических последствий[1-5].

В данной работе рассматривается математическая модель, основанная на численном решении управления переноса и диффузии загрязняющих примесей. В качестве целевой функции выступает функционал стоимости ущерба от отдельных источников и затрат на их оптимизацию. Эти функции зависят от концентрации примесей и могут зависеть от входных параметров модели.

Пусть рассматриваемый регион расположен в ограниченной трехмерной области  $D = \sum [O, H]$  и на территории имеются  $n$  промышленных предприятий, производящих выбросы вредных веществ в атмосферу.

Мы рассмотрим модель, основанный на понятие функции стоимости регулирования источников [3,4,5].

Введем, следуя [5], следующие обозначения:  $G_m(l_m)$ -функция, характеризующая стоимость уменьшения интенсивности выбросов на  $m$ -М предприятий на величину  $l_m, m=1 \dots n$ ;  $G(l) = \sum_{m=1}^n G_m(l_m)$  - общая стоимость регулирования источников в пределах данного региона.

Пусть  $S$ -стоимость всех средств, используемых для улучшения качества атмосферы. Тогда множество  $E$  можно считать заданным в виде:

$$E = \{ \bar{l} : G(\bar{l}) \leq S, 0 \leq l_m \leq E_m \} \quad (1)$$

Для построения зависимостей  $G_m(l_m), m=1 \dots n$ , имеются несколько путей. Например, когда уменьшение выбросов производится за счет предварительной очистки исходного сырья и топлива, то стоимость регулирования может быть определена как функция от веса элементов, отдельных в результате очистки. Гораздо сложнее обстоит дело, когда для уменьшения выбросов используются такие методы, модернизация и реконструкция существующего производства. В этом случае затраты на эти мероприятия могут дать одновременно и положительный производственный эффект. Даже такая сугубо атмосфероохранная мера, как повышение высоты трубы, увеличивает интенсивность процесса горения, что повышает эффективность производства за счет более полной утилизации сырья и топлива [1,6].

Следуя [8], будем понимать под стоимостью противозагрязняющих мероприятий на предприятии  $G_m(l_m)$  сумму всех издержек, которые несет данное предприятие при уменьшении объема выбросов на величину  $e_m, m=1 \dots n$  и неизменном объеме выпускаемой продукции. Основные статьи этих издержек связаны с закупкой других, более дорогих видов сырья и материалов, дополнительными капиталовложениями и эксплуатационными затратами на основания новых малоотходных технологий, увеличением себестоимости производимой продукции и, следовательно, уменьшением прибыли от ее реализации.

Для расчета этих составляющих элементов стоимости предотвращения загрязнения может быть успешно применен метод экономико-математического моделирования [7,8].

Рассмотрим далее метод построения функции  $G_m(l_m)$ , основанный на использовании одной из простейших и наиболее употребительных моделей линейной производственной единице ( $m$ -му предприятию) установлено плановое задание по выпуску  $J_m$  видов продукции в объемах за время  $T$ . для выполнения этого задания предприятие располагает технологическими способами ( $r_m$ ).

Обозначим через  $h_{ml}$  интенсивность использования  $l$ -ой технологии на  $m$ -м предприятии,  $l=1 \dots r_m$ ;  $h_m = (h_{m1}, h_{m2}, \dots, h_{mk})$  – вектор интенсивного (план) функционирования  $m$ -го предприятия. Представим экономико-математическую модель работы данного предприятия следующим образом:

$$P_m(h_m) = \sum_{i=1}^{r_m} P_{ie} h_{me} \rightarrow \max h_m \text{ (прибыль)} \quad (2)$$

при ограничениях

$$\sum_{i=1}^{r_m} a_{ja} h_{me} = A_{mj}, \quad j = 1 \dots J_m \text{ (плановое задание)} \quad (3)$$

$$\sum_{e=1}^{r_m} b_e^m = \Theta_m (1 - l_m) \quad (\text{предельно допустимые выбросы}) \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^m \sum_{l=1}^{r_m} S_{je}^m h_{me} \leq S_0^m \quad (\text{себестоимость}) \quad (5)$$

$$\sum_{l=1}^{r_m} K_e^m h_{me} \leq K_0^m \quad (\text{капиталовложения}) \quad (6)$$

$$\sum_{l=1}^{r_m} V_e^m h_{me} \leq V_0^m \quad (\text{эксплуатационные затраты}) \quad (7)$$

Здесь используются следующие обозначения:

$P_e^m$  - прибыль  $m$ -го предприятия при использовании  $e$ -й технологии с единичной мощностью;  $a_{je}^m$  - объем выпуска продукции вида  $j$  на  $m$ -м предприятии по способу производства;  $b_e^m$  - мощность выброса примеси на  $m$ -м предприятии по  $e$ -й технологии с единичной мощностью;  $S_{je}^m$  - себестоимость производства единицы продукции  $e$ -го вида для  $m$ -го предприятия по технологическому способу;  $K_e^m$  - капитальные вложения на предотвращение загрязнения атмосферы в  $e$ -ю технологию на  $m$ -м предприятии ( $K_e^m \neq 0$  для вновь осваиваемых и реконструируемых технологий);  $V_e^m$  - затраты на эксплуатацию и содержание газоочистных установок и других очистных сооружений в связи с применением  $e$ -го технологического способа на  $m$ -м предприятии;  $K_0^m$  - лимит капиталовложений для  $m$ -м предприятия;  $V_0^m$  - лимит эксплуатационных затрат на  $m$ -м предприятии;  $S_0^m$  - предельная величина себестоимости выпускаемой  $m$ -м предприятием продукции.

Оптимальный план функционирования  $m$ -го предприятия определяется с помощью решения задачи линейного программирования (2)-(7). Величина  $E_m$  в рамках принятой модели может быть определена из решения задачи линейного программирования:  $e_m \rightarrow \max_{h_m, l_m}$  при ограничениях (2)-(7). Если  $e_m^*$  - оптимальное решение этой задачи, то  $E_m = l_m^*$ .

Пусть  $h_m^*(l_m)$  - вектор оптимального решения задачи оптимизации (2)-(7), зависящий от параметра. Используя введенные обозначения вычислим следующие величины:

$$P_m(l_m) = \sum_e P_e^m h_{me}^*(l_m) - \text{прибыль } m\text{-го предприятия при оптимальном плане } h_m^*(l_m);$$

$$S_m(l_m) = \sum_{j,e} S_{je}^m a_{je}^m h_{me}^*(l_m) - \text{себестоимость продукции на } m\text{-м предприятии при оптимальном плане } h_m^*(l_m);$$

$$K_M(l_m) = \sum_e K_e^m h_{me}^*(l_m) - \text{объем капиталовложений на оздоровление атмосферы, требуемый } m\text{-му предприятию при данном режиме работы};$$

$$V_m(l_m) = \sum_e V_e^m h_{me}^*(l_m) - \text{стоимость всех эксплуатационных затрат, связанных с работой очистных сооружений и установок при плане работы } m\text{-го предприятия}.$$

Определим суммарные издержки  $m$ -го предприятия (функцию  $G_m(l_m)$ ), возникающие вследствие уменьшения выбросов на  $l_m$ . Тогда

$$G_m(l_m) = (P_m(l_m) - P_m(0)) + (S_m(l_m) - S_m(0)) + (K_m(l_m) - K_m(0)) + (V_m(l_m) - V_m(0))$$

Отметим, что  $G_m(l_m)$  как функция  $l_m$  является кусочно-линейной функцией на  $[0, E_m]$ . Это следует из общего свойства решения задач линейного программирования, вектор-функция  $h_m^*(l_m)$  «склеена» из кусков линейных отрезков в  $R^m$ . Поэтому для построения функции стоимости  $G_m(l_m)$  достаточно иметь решения нескольких задач линейного программирования вида (2)-(7), которые последовательно принимают значения, равные точкам излома графика вектор-функция  $h_m^*(l_m)$ .

Таким образом, построенная экономико-математическая модель управления используется для описания процессов распространения загрязнителей в численных методах. Это позволяет получить оценку уровней загрязнения в точках рассматриваемого региона, которые далее могут быть использованы для формирования критерия качества воздушного бассейна области. Целевая функция представлена в виде кусочно-линейной функции.

#### Литература:

1. Охрана окружающей среды. Модели управления чистой природной Среды./Под ред. К.Г. Гофонова, А.А. Гусева.- М.: Экономика, 1997.
2. Гмурман В.И. Вырожденные задачи оптимального управления.- М.: Наука, 1987.
3. Пененко В.В., Шпак В.А. некоторые модели управления качеством воздушного бассейна.- Новосибирск, 1986 (Препринт/АН СССР Сиб.отд-е. 682).
4. Марчук Г.И. Математическое моделирование в проблеме окружающей Среды. М.: Наука, 1981.