УДК 621.745.01:681.3.06

Г. К. Омурбекова, А.М. Жапаркулов, М.Г. Салиева
Ст.преп.ОшТУ,
G. K. Omurbekova, A.M. Zhaparkulov, M.G. Salieva

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФРАКТАЛЬНОЙ РАЗМЕРНОСТИ ТЕХНИЧЕСКОГО КРЕМНИЯ

Исследовано фрактальный размер поверхности технического кремния и определено что, поверхность кремния является трехмерным.

Ключевые слова: кремний, фрактальный размер технического кремния, физико-технические свойства кремния, кристалл, анализ.

DETERMINATION OF THE FRACTAL DIMENSION OF TECHNICAL SILICON

The fractal size of the surface of technical silicon is investigated and it is determined that the silicon surface is three-dimensional.

Key words: silicon, fractal size of technical silicon, physical and technical properties of silicon, crystal, analysis.

Одной из важных задач физики конденсированных систем и кристаллофизики является описание реальной поверхности различных систем, нахождения фрактальных характеристик кремния и получение технического кремния с улучшенными физико-техническими свойствами. Описание поверхности - это сложная задача, так как любая, даже полированная поверхность при достаточном увеличении будет иметь вид шероховатости. Традиционно модели поверхностей строились на основе сравнительно простых геометрических фигур: плоскостей, сфер, многогранников. Однако очень часто этот классический набор оказывается недостаточным.

В этой работе мы рассматривали о возможности применения методов фрактальной геометрии к описанию поверхностей кристалла технического кремния и определяли его фрактальная размерность. Фрактальный подход отвечает более высокому уровню проведения анализа и более глубокому пониманию физической природы систем и явлений [1,2 ,3].

В общем случае для определения фрактальной размерности требуется произвести следующее построение: фрактальное множество покрывается элементарными *d*-мерными блоками с длиной ребра lR_0 (рис.1.) и производится подсчет их числа *N(l).* Фрактальная размерность определяется затем из соотношения типа:

$$N(l) < l^{-D} \qquad (1)$$

Например, при определении длины береговой линии ее покрывают, набором квадратов со стороной lR_0 и при различных значениях *l* подсчитывается их число *N(l).* Далее, в двойных логарифмических координатах строится зависимость *N(l),* из которой, используя формулу (1), по углу наклона определяется фрактальная размерность

$$D = -\frac{\Delta(\ln N)}{\Delta(\ln l)} \qquad (2)$$

Данный метод обладает тем недостатком, что приходится эмпирическим путем подбирать величину *l*: с одной стороны, она должна быть не настолько мала, чтобы стало невозможным подсчет числа элементов, а с другой, не настолько велика, чтобы выйти за область применимости зависимости (1).

Исходными данными при исследовании фрактальных свойств поверхности кремния являлись трехмерные массивы точек, полученные с помощью металлографического микроскопа МИМ-8. Снимки поверхностей кремния были получены при различном увеличении.

Применение геометрического метода определения фрактальной размерности (с использованием формул (1) и (2)) непосредственно к поверхности является сложной задачей, поэтому рассматривались профили поверхности в различных сечениях. Для каждого кристалла имелось по нескольких снимков поверхности. Для каждого снимка рассматривалось от 1 до 4-х и более профилей. Для каждого профиля находилась зависимость *N(l)* по следующему алгоритму:

1. область D_z_D_x (где $D_z = z_{ma}x\text{-}z_{min}$ *и* $D_x = x_{max}\text{-}x_{min}$), в которой находятся точки профиля, разбивается на ячейки; длина ячейки $l=D_z/N_z$, где N_z- число разбиений по оси *z* (N_z=1,2,3...); значение *l* ограничено разрешающей способностью микроскопа;
2. находятся номера ячеек по оси *x* и по оси *z (ix, iz),* в которых лежат точки профиля, и их количество N_l;
3. проверяется, все ли отобранные ячейки являются соседними (ячейки считаются соседними, если *[(ix,i-ix,i+1)+(iz,i-iz,i+1)]=1*; для не соседних ячеек рассчитывается дополнительное число элементов $N_{доп}$, занятых профилем; принимается, что для каждой пары ячеек оно равно целой части от $\sqrt{\left(i_{yj}-i_{yj+1}\right)^2+\left(i_{zj}+i_{zj+1}\right)^2}$
4. $N(l)=N_l+N_{доп}$ для данного значения *l*.

Далее для всех профилей, относящихся к одному и тому же снимку поверхности, в координатах *ln(N)* от *ln(l)* по полученным значениям строится прямая. Уравнение прямой ищется по методу наименьших квадратов. Угол наклона этой прямой будет давать фрактальную размерность. Фрактальную размерность, определяемую подобным методом (по подсчету клеток) иногда называют *клеточной размерностью*.

Фрактальную размерность можно определить и иначе, непосредственно вычисляя длину ломаной, аппроксимирующей рассматриваемый профиль поверхности, при различных значениях размера звена. В этом случае

$$L < l^{1-D} \qquad (3)$$

Аппроксимация проводится одинаковыми по величине звеньями. Поскольку в нашем случае форма поверхности задается в виде отдельных точек, то аппроксимировать профили ломаными линиями с одинаковыми звеньями очень неудобно. С другой стороны точки поверхности снимаются с определенным шагом по оси *x* и по оси *y*. Этот шаг можно принять за характерный размер *l* (аналогичный размеру звена или ячейки в предыдущем методе) и находить длину профиля *L* в зависимости от него. Такая модификация метода определения фрактальной размерности позволяет значительно облегчить расчеты. Поскольку координаты точек известны, длина *L* легко находится. Значение *L* определяем в случае, если брать каждую из известных точек профиля поверхности, каждую вторую и т.д. Получаемую зависимость *L(l)* также можно описывать формулой (3). Далее нахождение D производится, как и в предыдущем случае. Параметр D при этом будет являться такой же характеристикой профиля, как и клеточная размерность. Будем называть D размерностью, определяемой по длине профиля.

Аналогично размерности по длине профиля можно определить и фрактальную размерность всей поверхности по зависимости площади данной поверхности от расстояния по оси *x* или *y* между точками поверхности. При этом площадь поверхности S будет связана с размером *l* соотношением

$$S < l^{2-D} \qquad (4)$$

D- будем называть фрактальной размерностью поверхности.

При расчете площади было сделано допущение, что все четырехугольники, из которых

складывается поверхность, являются вписанными. Это позволяет определять площадь четырехугольников по известным длинам сторон с помощью следующей формулы:

$$S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)} \qquad (5)$$

где: $p = \dfrac{a+b+c+d}{2}$ и *a, b, c, d*- стороны четырехугольника, рассчитываемые по координатам точек поверхности. В остальном алгоритм нахождения D аналогичен предыдущему случаю для профилей поверхности.

В этой работе рассматривалось 2 вида кристалла технического кремния. На рис.1 для примера показан вид поверхности кремния, а также вид профилей в нескольких сечениях. Получаемые зависимости *N(li)* для кремния показаны на рис.2. (каждая кривая построена по нескольким профилям). Несмотря на то, что вид профилей в разных сечениях различен, получаемые для одного и того же кадра точки лежат на одной прямой. Зависимости $N(l_i)$, соответствующие различному увеличению поверхности кремния, практически совпадают, хотя разброс существует. Совпадение кривых позволяет говорить о соблюдении условия масштабной инвариантности для данного кристалла кремния. Следовательно, применение понятия фрактала к данной поверхности является обоснованным. Определяемая по подсчету числа клеток, необходимых для покрытия профиля, средняя фрактальная размерность D рассматриваемых кристаллов лежит в пределах от 1,029 до 1,107 (табл.1.). Так как фрактальная размерность показывает степень изрезанности профиля, то получаемые значения D свидетельствуют о том, что профиль в целом имеет достаточно гладкий вид.

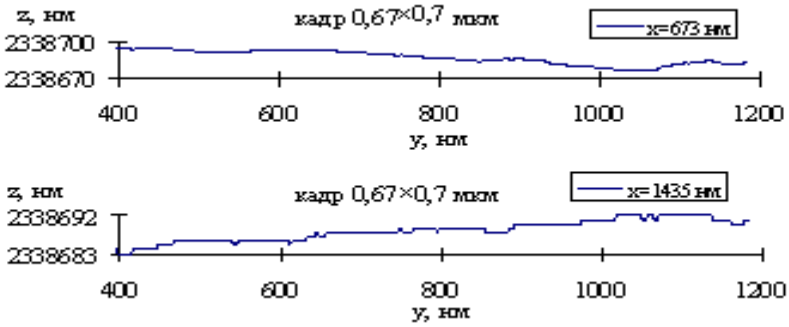

Рис. 1. Вид профилей поверхности кремния

Значение фрактальной размерности D_l, определяемой по длине профиля, отличается от клеточной. Это связано в первую очередь с различием в определении *l*, поскольку в первом случае - это размер ячейки, а во втором- расстояние по оси *x* или *y* между точками поверхности. Размерность по длине профиля также рассчитывалась по нескольким произвольно взятым профилям для каждого из имеющихся снимков поверхности. Полученные средние значения данной размерности приведены в таблице 1. Значения размерности D_l по длине профиля невелики, они значительно меньше значений клеточной размерности, что также свидетельствует о том, что колебания профиля невелики.

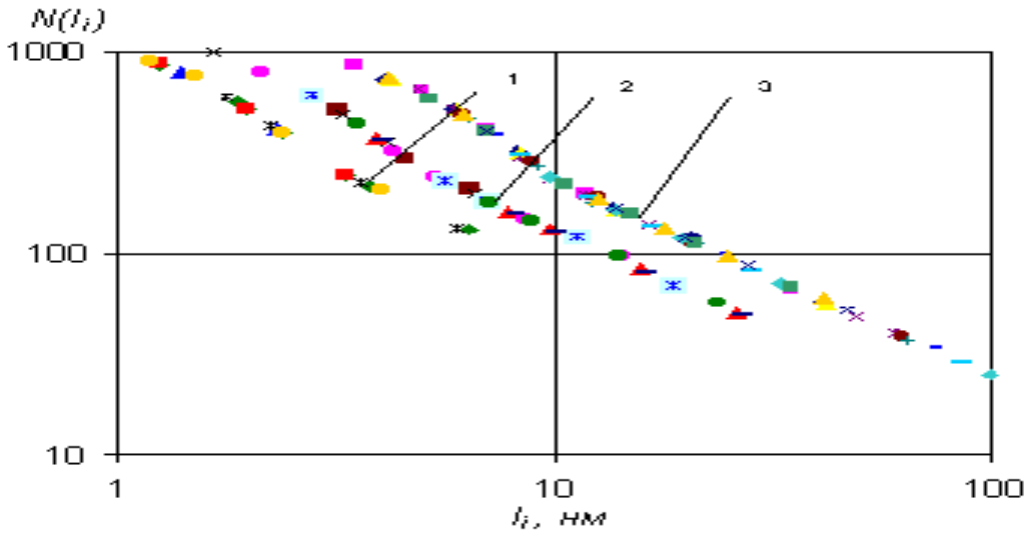

Рис.2. Определение фрактальной размерности для технического кремния: 1- кадр 2.5-2.36 мкм; 2- кадр 1.37-1.29 мкм; 3- кадр 0.7-0.67 мкм.

Значения фрактальной размерности поверхностей кристаллического кремния, определяемые по площади поверхности, являются наиболее общей характеристикой поверхности кристалла, т. к. в этом случае учитываются все профили. Значения данной размерности также приведены в таблице 1. Для всех кристаллов разность между топологической размерностью d (равной 2) и фрактальной D_s оказывается невелика. Как и в предыдущих случаях $D\text{-}d<0,1$.

Таблица 1

Фрактальная размерность поверхностей технического кремния

Технический кремний	D	D_l	D_s
1	1,11	1,00	2,02
2	1,06	1,06	2,08
3	1,03	1,01	2,02
4	1,07	1,04	2,09
5	1,07	1,01	2,05
6	1,09	1,01	2,03
среднее	1,07	1,02	2,05

Если рассматривать значения, полученные для каждого в отдельности кадра поверхности кремния, соотнося их с такими характеристиками как шаг, с которым снимались точки поверхности, размеры кадра и соотношения вертикального и горизонтального размеров, то можно получить, что при достаточно случайном характере разброса значений фрактальной размерности, тем не менее, существует некоторая тенденция к ее уменьшению для снимков, сделанных большим увеличением, а также в том случае, если отношение D_y/D_z достаточно велико. В последнем случае колебания высоты профиля теряются на фоне изменения горизонтального размера и может не хватать точек для фиксации этих колебаний, из-за чего профиль получается в значительной мере сглаженным и в результате DR_1.

Таким образом, структура технического кремния представляет собой фрактальную структуру с конечным ветвлением и тетраэдрической симметрией. При этом бесконечное повторение итерации дает полную фрактальную решетку. Тогда фрактальная размерность (поверхностная, объемная) кристалла является основой для описания физико-химических процессов синтеза Si.

Литература:

1. Божокин С.В., Паршин Д.А. Фракталы и мультифракталы. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001.-128 с.
2. Ташполотов Ы. Синергетика и фракталы микро-и макроскопических конденсированных систем.//Автореферат диссертации на соискание ученой степ. д.ф-м.н., Бишкек, Институт физики,2004.-38с
3. Федер Е. Фракталы.- М.: Мир, 1991.-254с.
4. Эбелинг В. Образование структур при необходимых процессах.-М.: Мир, 1979.-512с.