УДК 378.147.51

Е.Е. Син – к.п.н., доцент ОшГЮИ
E. E. Sin – c.p.s., docent OshSJI

РОЛЬ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ И ИХ ВЛИЯНИЕ НА РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

В статье затрагиваются вопросы, связанные с использованием математической модели для оценки качества решения педагогических задач.

Ключевые слова: математические модели, педагогические задачи, высшая школа, пятибалльная система оценки, оценивание по тесту, учебный процесс.

ROLE OF MATHEMATICAL MODELS AND THEIR IMPACT ON LEARNING OUTCOMES

The article touches upon the questions connected with the use of a mathematical model for assessing the quality of the solution of pedagogical problems.

Key words: mathematical models, pedagogical tasks, higher school, five-point assessment system, evaluation by test, educational process.

Проблема количественных измерений профессиональных качеств личности педагога является одной из важных проблем высшей школы. До сих пор в научных исследованиях широко используются количественные и качественные измерения с помощью которых определяются в основном дискретная шкала и его параметры. Это как известно, не совсем соответствует действительности. Кроме того некоторые методы количественных измерений, прочно вошедшие в практику исследований, в математическом и тем более в педагогическом отношении недостаточно обоснованы (например, пятибалльная система оценки, оценивание по тесту, которые базируются по числу правильных или неверных ответов). В данной статье нами делается попытка построения вероятностной модели процесса решения любой педагогической и интеллектуальной задачи. Эта модель позволяет определить количественный показатель, характеризующий эффективность учебного процесса и в тоже время правильность и полноту полученного результата. На основе введенного нами показателя, строится одномерная интервальная шкала измерения профессиональной деятельности. Кроме того модель можно использовать для исследования латентных факторов, которые непосредственно влияют на результат обучения студентов.

1. Идея. Основываясь на предложение, что педагогическая деятельность субъекта это непрерывный процесс. А это означает, что в каждый момент времени мы можем рассматривать некоторый успех или недостатки в работе педагога, которую условно можно назвать мгновенными реакциями (на языке математики – малая величина): умственными, профессиональными, педагогическими и др. действиями. При этом необходимо учитывать, что такая реакция есть результат различных, многофакторных воздействий как случайных и неслучайных воздействий (величин). При этом все реакции способствующие позитивному профессиональному росту педагога отнесен в одну категорию как правильное решение (или верные ответы), все что мешает профессиональному росту, интеллектуальному росту отнесен в другую категорию (неверные ответы).

С математической точки зрения такая дихотомическая модель означает, что мы будем рассматривать случайный (вероятности) процесс с двумя категориями и непрерывным во времени.

Тогда по теории случайных процессов известно, что в пространстве Ω события ω задается некоторая мера P. Для любого момента времени t функция $X(t, \omega)$, определенная для $\omega \in \Omega$ и принимающая только два значения 0 и 1. При этом, условимся считать что $X(t, \omega)=0$ означает

неверный ответ, а $X(t, \omega)=1$ верный ответ в момент времени t.

Изучение процесса $X(t, \omega)$ мы ограничим некоторым промежутком времени $0 \leq t \geq T$, где T-время, затраченное субъектом на решение определенной педагогической задачи. Предполагая, что $X(t, \omega)$ есть измеримая случайная величина, введем обозначение

$$P(t)=P[X(t, \omega)=1] \qquad (1)$$

Функция (1) представляет собой вероятность верных ответов субъекта в различные моменты времени t. Долее рассмотрим результат «усреднения» процесса $X(t, \omega)$, или другими словами случайную величину:

$$X(\omega)= \frac{1}{T} \int_0^T X(t, \omega)\, d\, t. \qquad (2)$$

От любой случайной величины $X(\omega)$ можно вывести его математическое ожидание, пусть это будет M[X]. Из формулы (2) получим:

$$M[X]= \frac{1}{T} M \left[\int_0^T X (t, \omega)\, d\, t\right] = \frac{1}{T} \int_0^T M [X (t, \omega)]\, d\, t$$

Известно, что любое математическое ожидание находятся в интервале от 0 до 1, т.е.

$$0 \leq M [X] \leq 1.$$

Учитывая формулу (1):

$$M [X] = \frac{1}{T} \int_0^T P (t)\, d\, t. \qquad (3)$$

Если M [X] =1, то из (3) следует, что

$$\int_0^T P(t)\, d\, t] = T$$

Или иначе

$$\int_0^T [1 - P (t)]\, d\, t = 0.$$

Таким образом, величины M [X] позволяет судить о том, в какой мере с пользой для решения задачи расходовалось затраченное на нее время, численно определить качество выполняемой в процессе учебной работы интеллектуальной деятельности субъекта.

Условимся для простоты величину M [X] называть показателем правильности решения педагогической задачи. В связи с тем, что педагогический процесс всегда рассматривается в определенном промежутке времени $[t1, t2] \subset [0,T]$, то обозначим показатель правильности решения через M= [t1, t2]. Тогда согласно формуле (3) будет справедливо

$$M [t1, t2] = \frac{1}{t1 - t2} \int_{t1}^{t2} P (t)\, d\, t \qquad (4)$$

Наряду с математическим ожиданием M [X] одной из основных характеристик случайной величины X служит дисперсия Д [X], которая равна

$$Д [X] \leq M [X] (1-M [X]).$$

При Д [X] $\Rightarrow$0, идеально неверное решение, и наоборот при Д [X] $\Rightarrow$1 (идеально верное решение).

2. В педагогических исследованиях часто используется статистическая оценка показателей правильности решения.

Если некоторый промежуток педагогического воздействия [0,T] разбить на n промежутков:

[0, r1], [r1, r2], …[rn-1, rn], то процесс решения задачи разобьется на отдельные фрагменты. Обозначим Mi = [ri-1, ri] показателем правильности решения для i-го фрагмента педагогического процесса. Тогда согласно формуле (3) и (4) будет справедливо равенство:

$$\bar{M} = \frac{1}{T} \sum_{i-1}^{n} M\,i\,(ri, ri-1) \qquad (5)$$

Принимая во внимание , что

$$Mi = \begin{cases} 0, \text{ если i-й фрагмент педагогического процесса выполнен неверно} \\ 1, \text{ если i-й фрагмент педагогического процесса выполнен верно} \end{cases}$$

Поскольку каждое Mi может принимать только два значения – или 1, величина M представляет собой отношение суммарного времени правильно выполненных фрагментов решения за время педагогического воздействия T.

При статистической оценке педагогической деятельности необходимо выполнений требований:

- Для любых вероятных параметров, необходимо наличие свойства состоятельности;
- Функция X(t, ω) всегда измерима:
- Функция (t, ω) ограничения функции в интервале [0,1]

Описанная нами вероятная модель процесса решения задачи без труда можно применять с любым пространством и временном состоянии. Для педагогических процессов можно добавить третье промежуточное состояние: «верный ответ», «не знаю», «неверный ответ». В этом случае показатель M может терять естественность и наглядность. Для простоты ограничимся примером рассмотренным дихотомической модели процесса.

3. Пример одномерной школы измерения качества знаний учащихся.

Допустим, что субъекту обучения предложено задание, состоящее из нескольких задач. В этом случае, полагая, что

$$\mu = \sum M[X], \qquad (6)$$

где M[X] – показатель правильности решения, определенный для каждой из задач, а суммарный показатель знаний определяется по формуле (6). Величину μ можно интерпретировать как непрерывный налог числа верных ответов субъекта обучения. Условимся величину (6) «μ- оценкой» правильности выполнения задания.

Как известно в зарубежной тестологии в качестве общей оценки выполнения задания принят «суммарный» балл по тесту, равный числу правильных ответов на вопросы теста. Таким образом и здесь на каждый вопрос ответ оценивается либо 0 (неверный ответ), либо 1 (верный ответ). Какие условия могут быть для таких тестовых вопросов? Одно из таких условий, разработанный в математической теории - это различные вопросы должны быть независима друг от друга. Наличие правильных ответов, ранжирование вопросов по степени трудности, соответствие вопросов пройденному (изученному) материалу.

При необходимости получения индивидуальной количественной оценки результатов выполнения студентами любой серии контрольных заданий можно опереться на одну из

математических моделей факторного анализа (метода «главных компонентов»), которая имеет вид:

$$X_{ij} = \sum_{K=1}^{N} \delta_{jк} F_{iк}, \qquad (7)$$

где X_{ij} – значение j-й наблюдаемой переменой f j для i-го объекта выборки.

В формуле (7) Fк принято называть главными компонентами оценки качества, или иными словами их называют латентными факторами, объясняющих взаимосвязь между изучаемыми переменными. При этом надо иметь в виду, что с помощью латентных компонентов используют с так называемыми критерии Кайзера позволяющих выделить не все факторы, а только те которые являются внешними (правильность решения, качество личности учащихся и др).

Изложенные выше соображения могут быть значительно дополнены интересными данными, которые могут получиться при анализе корреляционной матрицы (Кайзера). К сожалению, ограниченные рамки данной статьи не позволяют привести эти материалы, равно как и расчеты индивидуальных оценок для каждого студента (учащихся). В целом их применение в практике работы а Ош ГЮИ для оценки знаний оказали возможность их реализации.

Следует отметить, что важной, но пока еще не решенной до конца остается проблема психолого- педагогической, возможно и социологической интерпретации. Но это уже вопрос другого более высокого уровня научных исследований.

Литература:

1. Син Е.Е., Кулдышева Г.К., Атантаев Т. Качество высшего образования и пути его обеспечения. Вестник ОшГУ – 2005.- С.189-204.

2. Кузьмина Н.В. Понятие «педагогическая система» и критерии ее оценки / методы системного педагогического исследования. – Л:. 1980.

3. Якунин В.Л., Сочивко Д.В. Математические модели в психолого-педагогических исследованиях.-Л.- 1988.

4. Син Е.Е. О показателях работы вуза. Межвузовский сборник научных трудов. Вып. 7. – Нижний Новгород: НГЛУ.-2008.-С.127-132.