УДК 517.956

А.А. Абдуллаев
A.A. Abdullayev

ЗАДАЧА ГЕЛЛЕРСТЕДТА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЭЛЛИПТИКО - ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА ВТОРОГО РОДА

Данная работа посвящена к доказательству существования и единственности решения задачи Геллерстедта для уравнения $U_{xx}+yU_{yy}+\propto l$ $U_{xx}+yU_{yy}+\propto l$.

Ключевые слова: задача Геллерстада, уравнения, гипербола,уравнения эллиптико, уравнения смешанного типа первого рода, уравнения второго рода.

THE GELLERSTEDT PROBLEM FOR AN EQUATION OF ELLIPTIC-HYPERBOLIC TYPE OF THE SECOND KIND

This paper is devoted to proving the existence and uniqueness of the solution of the Gellerstedt problem for the equation. $U_{xx}+yU_{yy}+\propto l$ $U_{xx}+yU_{yy}+\propto l$.

Keywords: the Gellerstad problem, equations, hyperbola, elliptico equations, equations of mixed type, equation of the first kind, equations of the second kind.

Краевые задачи для уравнения смешанного типа первого рода исследованы многими авторами. Однако, как локальные, так и нелокальные задачи для уравнения второго рода мало изучены [1,2].

Данная работа посвящена к доказательству существования и единственности решения задачи Геллерстедта для уравнения:

$$U_{xx}+yU_{yy}+\propto \qquad U_{xx}+yU_{yy}+\propto \tag{1}$$

где $\propto=-n+\propto_0\,,\quad 0<\propto_0<{}^1/_2 \qquad n=0,$ $\propto=-n+\propto_0\,,\quad 0<\propto_0<{}^1/_2 \qquad n=0,$ Отметим, что это задача для значения $\propto\in\left({}^1,\right.$ $\propto\in\left({}^1,\right.$ рассмотрена в работе [3].

Пусть конечная односвязная область, ограниченная при гладкой кривой концами в точках $A(-1{,}0)\,,$ $A(-1{,}0)\,,$ и при характеристиками

$$AC: x-2\sqrt{-y}=-1\,,\quad BC: x+2\sqrt{\cdot} \qquad AC: x-2\sqrt{-y}=-1\,,\quad BC: x+2\sqrt{\cdot}\,. \tag{2}$$

уравнения (1).

Обозначим через и части области в которых соответственно $y>0\ u$ $y>0\ u$ Пусть $A_0|$ $A_0|$произвольная точка отрезка а

$$A_0C_1: x+2\sqrt{-y}=x_0,\quad A_0C_2: x--2\sqrt{-}$$

$$A_0C_1: x+2\sqrt{-y}=x_0,\quad A_0C_2: x--2\sqrt{-}$$

характеристики уравнения (1), пересекающейся с характеристиками и соответственно в точках:

$$C_1\left[\frac{x_0-1}{2},-\frac{(x_0+1)^2}{4}\right],\quad C_2\left[\frac{x_0+1}{2},-\frac{(1-x_0)^2}{4}\right]$$

Через обозначим область, ограниченную контуром $A_0C_2B\sigma_1$ $A_0C_2B\sigma_1$а через

и части области соответственно с границами и A_0C A_0C Для области нормальным контуром является кривая $\sigma = \sigma_0 : x^2 +$ $\sigma = \sigma_0 : x^2 +$

Задача Геллерстедта 1. Найти в области функцию U U обладающую следующими свойствами

1) $U(x,y) \in C(D)$

2) 2) является регулярным решением уравнения (1) в области а в области $D_{21} \cup$ $D_{21} \cup$ обобщенное решение класса [2].

3) На линии вырождения выполняется условие склеивания

$$\lim_{y \to +0} y^{\alpha} \frac{\partial U}{\partial y} = \lim_{y \to -0} (-y)^{\alpha} \frac{\partial U}{\partial y} = \nu(x)$$

4) $U|_{\sigma} = f(s), \quad 0 \leq$ $U|_{\sigma} = f(s), \quad 0 \leq$

5) $U|_{A_0C_1} = \varphi_1(s), \quad \frac{x_0-1}{2} \leq x$ 5) $U|_{A_0C_1} = \varphi_1(s), \quad \frac{x_0-1}{2} \leq x$

$U|_{A_0C_2} = \varphi_2(s), \quad x_0 \leq x$ $U|_{A_0C_2} = \varphi_2(s), \quad x_0 \leq x$

Задача Геллерстедта 2.

Условии 1-4 задачи Геллерстедта 1 остаются в силу, а пятое условия имеет вид следующие:

$U|_{AC_1} = \varphi_1(s), \ -1 \leq x \leq$ $U|_{AC_1} = \varphi_1(s), \ -1 \leq x \leq$

$U|_{BC_2} = \varphi_2(s), \ \frac{x_0+1}{2} \leq$ $U|_{BC_2} = \varphi_2(s), \ \frac{x_0+1}{2} \leq$.

В ходе доказательства существований решения задачи использованы новое представление обобщенного решения видоизмененной задачи Коши [4].

При определенных ограничениях на заданные функции доказано однозначная разрешимость поставленной задачи.

Литература:

1. Терсенов С.А. К теории гиперболических уравнений с данными на линии вырождения типа. / Сибирский математический журнал. 1961. Т.2. №6. с. 913 - 935
2. Смирнов М.М. Уравнения смешанного типа. Москва 1970. 295 с.
3. Исамухамедов С.С. Некоторые краевые задачи для уравнений смешанного типа второго рода. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико - математических наук. Таш.1975. 132 с.
4. Мамадалиев Н.К. О представлении решения видоизмененной задачи Коши.// Сибирский математический журнал.2000г. Т.41, №5. с.1087 - 1097.