УДК 62-50

Р.О.Оморов – д.т.н., профессор НАН КР
R.O. Omorov – d.t.s., professor NAS KR

ТОПОЛОГИЧЕСКАЯ ГРУБОСТЬ СИНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Рассматриваются основы метода «топологической грубости» предложенного автором на базе понятия грубости по Андронову - Понтрягину. Показаны возможности использования данного метода для исследования синергетических систем различной физической природы на примере системы Белоусова – Жаботинского.

Ключевые слова: топология, синергетика, самоорганизация процесса, траектория.

TOPOLOGICAL ROUGHNESS OF SYNERGETIC SYSTEMS

The foundations of the method of "topological coarseness" proposed by the author on the basis of the concept of roughness for Andronov - Pontryagin are considered. The possibilities of using this method for studying synergetic systems of various physical natures are shown using the Belousov-Zhabotinsky system as an example.

Key words: topology, synergetic, self-organization of the process, trajectory.

Последнее 20-летие прошлого столетия и начало нового века ознаменовалось бурным развитием нового направления науки – синергетики, которую определяют как науку о самоорганизующихся процессах, явлениях и системах [1-8].

Синергетика эта междисциплинарная область науки, занимающаяся самоорганизациями процессов, явлений и систем, приводящими к возникновению пространственных, временных или пространственно-временных процессов и структур.

Синергетика в настоящее время вторгается во все области науки, начиная с естественных наук – физики, химии, биологии, геологии, геофизики и кончая неточными областями наук, такими как экономика, социология, психология, философия, распознавание космических первообразов, а также в области техники и управления системами, как техническими, так и социально-экономическими [1-22]. Следует отметить, что идеи и принципы синергетики активно вторгаются и в новую многообещающую область науки - ноосферологию [23].

Основоположниками синергетики по праву являются выдающиеся в мире ученые – бельгийский химик и физик, Нобелевский лауреат Илья Пригожин и немецкий физик Герман Хакен. При этом следует отметить, что теоретической основой исследования синергетических явлений и систем является современная теория динамических систем, обладающая мощным математическим аппаратом.

В последние годы многие ученые ставят задачи не только исследования синергетических процессов и систем, но и управления ими с целью достижения их желаемого развития и динамики [19-21]. Особенно актуальны в современной науке исследование и управление хаотическим поведением или иначе хаосом в системах различной физической природы, начиная с физических и химических, кончая в экономических и социальных системах [22].

Одним из современных методов в изучении свойств и явлений грубости, бифуркаций синергетических систем, а также управления этими свойствами и явлениями служит метод «топологической грубости», теоретические основы которого заложены в работе [24] на базе понятия грубости по Андронову – Понтрягину [25-27].

Важнейшей характеристикой метода является возможность единообразной непрерывной оценки грубости (не грубости), как для грубых, так и не грубых явлений и систем, в частности, для динамического хаоса. При этом метод позволяет решать задачу управления грубостью процессов в синергетических системах. В заключительной части данной работы приводится иллюстрация на

примере широко известной синергетической системы Белоусова – Жаботинского.

Изложим основные идеи, понятия и инструментарии метода «топологической грубости».

В классической постановке вопросы грубости и бифуркаций были поставлены еще на заре становления топологии как нового научного направления математики великим французским математиком и физиком А. Пуанкаре [25], в частности термин бифуркация впервые введен им и означает дословно «раздвоение» или иначе от решений уравнений динамических систем ответвляются новые решения. Грубость динамических систем при этом определяется, как свойство систем сохранять качественную картину разбиения фазового пространства на траектории при малом возмущении топологий, при рассмотрении близких по виду уравнений систем.

В современной терминологии «бифуркация» употребляется как название любого скачкообразного изменения, происходящего при плавном изменении параметров в любой системе. Таким образом, бифуркация означает переход между пространствами грубых систем.

Переход между грубыми системами осуществляется через негрубые области (пространства). Многие основополагающие результаты в теории грубости и бифуркации получены А.А.Андроновым и его школой [26,27].

В работе [26] впервые дано понятие грубости и сформулированы качественные критерии грубости, которое впоследствии, названо понятием грубости по Андронову-Понтрягину [27].

В многомерной постановке рассматривается динамическая система (ДС) n-го порядка

$$\dot{z}(t) = F(z(t)), \qquad (1)$$

где $z(t) \in R^n$ - вектор фазовых координат, F – n –мерная дифференцируемая векторная функция.

Система (1) называется топологически грубой по Андронову – Понтрягину в некоторой области G если исходная система и возмущенная система, определенная в подобласти $\tilde{G}$, области G:

$$\dot{z}^{\sim} = F(z^{\sim}) + f(z^{\sim}), \qquad (2)$$

где $f(z^{\sim})$ – дифференцируемая малая по какой либо норме $\|\cdot\|$ n – мерная вектор-функция, являются ε – тождественными в топологическом смысле.

Системы (1) и (2) ε – тождественны, если существуют открытые области D, $\tilde{D}$ в n – мерном фазовом пространстве также, что $D, \subset D \subset \tilde{G} \subset G$

$$\exists\ \varepsilon, \delta > 0 : \text{если}$$

$$\|f(z^{\sim})\| < \delta, \qquad (3)$$

$$|df_i(z^{\sim}) / dz_j| < \delta \qquad i, j=1, n,$$

то

$$|\|z\| - \|z_{\varepsilon}\|| < \varepsilon, \qquad (4)$$

или

$$(D_{\varepsilon}, (2)) \equiv (D, (1)), \qquad (5)$$

иначе, разбиение областей D_{ε} и D траекториями систем (2) и (1) ε – тождественны (имеют одинаковые топологические структуры с траекториями близкими до ε).

Если (5) не выполняется, то система (1) негруба по Андронову-Понтрягину.

Топологическая структура динамических систем определяется особыми траекториями и многообразиями типа особых точек, особых линий, замкнутых траекторий, притягивающих многообразий (аттракторов).

В работе [24] на основе понятия грубости по Андронову-Понтрягину предложены основы метода «топологической грубости» на базе меры грубости в виде приближения в особых точках фазового пространства меры в виде числа обусловленности C {M} – матрицы M - нормированной матрицы приведения системы к каноническому диагональному (квазидиоганальному) виду. Впервые введено понятие максимальной грубости и минимальной негрубости на отношениях пары δ и ε.

Управление $u = u(t) \in U$ ищется в классе систем с обратной связью u = -Kx, такое, что матрица замкнутой системы вблизи особых траекторий, в частности особых точек F= A- B K, удовлетворяет

условиям

$$G(F) = G(\Gamma),$$
$$M\Gamma - AM = -B \qquad (6)$$
$$K = HM^{-1},$$

Где $\Gamma \in R^{nxn}$ –диагональная (квазидиогональная) матрица состояния канонической модели, $H \in R^{mxn}$ – матрица, задаваемая произвольно с ограничением на наблюдаемость пары (Г,Н), $A \in R^{nxn}$, $B \in R^{nxm}$ – матрицы состояния и управления;

Вблизи особой точки:

$$F(z(t)) = 0,$$
$$\dot{z} = Az + Bu, \qquad (7)$$

управление $u = u(t^{\cdot}) \in U$ синтезируется так, чтобы достичь требуемого значения показателя C{M} используя какие – либо методы нелинейного программирования.

Пример

Система (реакции) Белоусова – Жаботинского.

$$x^{\cdot} = k_1ay + k_2ay - k_3xy - 2k_4x^2,$$
$$y^{\cdot} = -k_1ay - k_3xy + \tfrac{1}{2}k_5bz,$$
$$\dot{z} = 2k_2ax - k_5bz. \qquad (8)$$

где $k_1 = 1{,}28$; $k_2 = 8{,}0$; $k_3 = 8{,}0 \cdot 10^5$;

$k_4 = 2.0 \cdot 10^3$; $k_5 = 1{,}0$; $a = 0{,}06$; $b = 0{,}020$; $0{,}5 < f < 2{,}4$.

Реакция Белоусова – Жаботинского – это химическая реакция, где возникают колебания концентраций веществ и представляет собой каталитическое окисление малоновой кислоты $CH_2(COOH)_2$. Реакция происходит в водном растворе при простом смещении следующих реагентов:

$$H^+ = 2{,}0\ M, \qquad [CH_2(COOH)_2] = 0{,}28\ M$$

$$B_rO_3^- = 6{,}3 \cdot 10^{-2}\ M, \qquad [C_e^{+4}] = 2{,}0 \cdot 10^{-3}\ M,$$

Реакция наблюдается по изменению окраски раствора, вызванному изменениями концентрации Ce^{4+} от бесцветной до желтой.

В изучение этой реакции большой вклад внесли, помимо советских химиков Белоусова (1959 г.) и Жаботинского (1964 г.), американские ученые Филд, Кереш и Нойес в начале 1970-х годов.

В системе (8) в зависимости от f две или три особых точек (ОТ), одна из которых – начало координат (0,0,0). Результаты показаны на рис.1.

Хаотические колебания происходят при $0{,}9208 < f < 1{,}0808$, бифуркации при $f = 0{,}9208$, $f = 1{,}0808$.

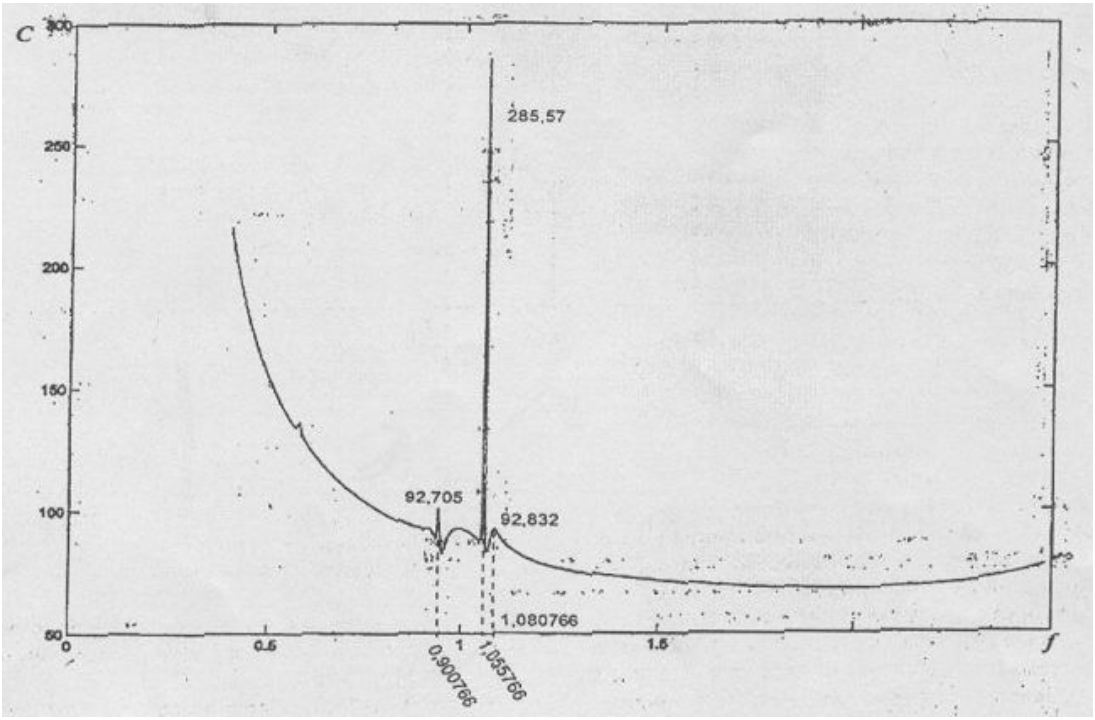
В реакции Белоусова – Жаботинского обнаружены разнообразные колебания, включая хаос.

Исследования системы (8) на основе меры топологической грубости C{M} дали следующие результаты:

Особые точки $OT_i(x_0, y_0, z_0)$ определяются соотношением:

$$x_0 = [6 \cdot 10^{-5}(1-f) - 0{,}48 \cdot 10^{-7}] \pm \sqrt{[6 \cdot 10^{-5}(1+f) - 0{,}48 \cdot 10^{-7}]^2 - 0{,}1152 \cdot 10^{10}(1+f)}, \qquad (9)$$
$$y_0 = 0{,}48 \cdot f \cdot x_0 / (0{,}078 + 8 \cdot 10^{+5}x_0),$$

Максимальная грубость колебаний наблюдается при $f \approx 2{,}0$.



Литература:

1. Хакен Г. Синергетика: иерархии неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах. / Пер. с англ.- М.: Мир, 1985. – 423 с.
2. Синергетика: Сб.статей. Пер. с англ. / Сост. А.И.Рязанов, А.Д.Суханов. Под ред. Б.Б.Кадомцева. – М.: Мир, 1984.- 248 с.
3. Николис Г. Пригожин И. Познание сложного: Введение / Пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 342 с.
4. Странные аттракторы. Сб.пер. с англ. / под ред. Я.Г.Синая, Л.П.Шильникова - М.: Мир, 1981 – 253 с.
5. Шустер Г. Детерминированный хаос. Введение./ пер. с англ. - М.: Мир, 1988 – 240 с.
6. Haken H. Synergetics: Introcluction and advanced Topics. Springer.2004. – 356 p/
7. Заславский Г.М., Сагдеев Р.З. Введение в нелинейную физику : от маятника до турбулентности и хаоса. – М.: Наука, 1988. – 368.
8. Мун. Ф.. Хаотические колебания: вводный курс для научных работников и инженеров/ Пер. с англ.- М.: Мир, 1990. – 320 с.
9. Оморов Р.О. Синергетические системы: Проблемы грубости, бифуркаций и катастроф // Наука и новые технологии, 1997, №2. с. 26-36.
10. Feder H.J.S., Feder J. Self –organized criticality in a stick – slip process // Phys.Lett.1991.№66.
11. Занг В.Б. Синергетическая экономика. Время и перемены в нелинейной экономической теории./ Пер. с англ.- М.: Мир, 1999. – 335 с.
12. Петерс Э. Хаос и порядок на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка.// Пер. с англ.- М.: Мир, 2000. – 333 с.
13. КузнецоваМ. Дезорганизация и организация как свойства социальных систем // Проблемы теории и практики управления, №6. 1994. – 93-96 с.
14. Харитонов С.В. Потребность психической активности: анализ и деление понятия. – Спб.: 1994.
15. Алиева К.М. Философско-синергетические исследование проблемы сложности в современном научном познании. – Автореферат дисс. доктора филос. наук . –Ташкент.- 2006, 50 с.
16. Юдашкин А.А. Бифуркации стационарных решений в синергетической нейтронной сети и управление распознаванием образов // А и Т, 1996, №11 с. 136—147.

17. Горячкина Е. Синергетика и творческая синергия как моделирование космических первообразов // Общественные науки и современность. РАН. №2, 1995. с. 159-166.
18. Капица С.П., Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г. Синергетика и прогнозы будущего. М.:Эдиториал УРСС, 2001. – 288 с.
19. Колесников А.А. Синергетическая теория управления. – Таганрог: ТРТУ; М.: Энергоатомиздат, 1994. – 344 с.
20. Красовский А.А. Некоторые актуальные проблемы науки управления. – 1996, №6 с.8-16.
21. Хиценко В. Самоорганизация и менеджмент// Проблемы теории и практики управления, №3. 1996. – с.120-124.
22. Андриевский Б.Р., Фрадков А.Л. Управление хаосом: методы и приложения.I. Методы // Аи Т.2003.№5. с. 3-45.
23. Бакиров А.Б. Ноосферология. –Б.:2006, - 412 с.
24. Оморов Р.О. Максимальная грубость динамических систем // А иТ.-1991. №8 с. 35-45.
25. Пуанкаре А. О кривых определяемых дифференциальными управлениями. Пер.с франц.под ред. А.А.Андронова. – М. –Л.: Гостехиздат.1947. – 392 с.
26. Андронов А.А., Понтрягин Л.С. Грубые системы // Докл.АН СССР. 1937. Т.14.№5.
27. Аносов Д.В. Грубые системы // Топология, обыкновенные дифференциальные уравнения, динамические системы: Сб. обзорных статей. К 50-летию института (Труды МИАН СССР. Т.169. - :Наука, 1985. с. 59-93.